■論　　文

レジーム転換を考慮した価格調整過程の分析

千葉　賢
（福井工業大学）

要　旨

本研究は，取引価格が新しい情報や市場参加者の行動に反応することで資産の本源的価値へ調整されるメカニズムを解明する価格調整モデルを，レジームと呼ばれる観測不可能な状態にしたがって変化するモデルへ拡張を行った。本研究により，市場の状態変化に伴う調整過程の差異を分析できるだけでなく，各調整過程の推移確率や持続期間，効率性の測定も可能となる。さらに，本モデルを東京証券取引所上場銘柄に適用した結果，ボラティリティが低水準時は調整に遅れが生じる一方，高水準時は過剰に調整される傾向があることが確認された。

キーワード：価格調整モデル，状態空間表現，マルコフ連鎖

1　はじめに

数十年間に渡って蓄積された証券市場に関する実証分析は，株価が利用可能な情報に迅速に偏りなく反応するという伝統的な考え（効率的市場仮説）に疑問を呈している。実際，株価が長期的に過剰反応したり，公的情報[1)]に過小反応したりするという市場のアノマリーを導き出した数多くの理論研究や実証分析が報告されている。例えば，Daniel *et al*.（1998）は，認知心理学の 1 つである自信過剰理論と自己帰属理論を用いて，株式市場での過剰反応・過小反応メカニズムについて説明を行っている。また，de Long *et al*.（1990）は，非合理的投資家[2)]の行うポジティブ・フィードバック取引[3)]が，株価をファンダメンタルズ（本源的価値）から乖離させると主張してモデルを構築している。以上の議論から，株価がファンダメンタルズに対しどの程度調整されるのか，いつ過剰反応し，いつ過小反応を示すのかといった問いに定量的な手法を提示することは，ファイナンス研究において重要なテーマであることがわかる。

Amihud and Mendelson（1987）の価格調整モデルによって定式化された調整係数は，資産価格がファンダメンタルズへ調整される速度や方向性を把握できるだけでなく，市場の効率性を検証するうえで重要な指標となることから，多くの文献で推定量の開発や実証分析が実施されてきた。例えば，Damodaran（1993），Brisley and Theobald（1996）は，新しい情報が開示されてから一定期間経過すると資産価格は完全に調整されると仮定することで，投資期間の異なる資産収益率の分散・自己共分散を用いて推定量を導出している。一方，Theobald and Yallup（2004）は，彼らの仮定は恣意的であると批判し，自己共分散比率や自己回帰係数を用いた 2 種類の推定量を提案している。Abraham（2013）

は，“銘柄間の調整速度の違いは非同次取引によって引き起こされる”と指摘したLo and MacKinlay（1990）の指摘を考慮するため，価格調整モデルに資本資産評価モデル（CAPM）を組み込んだモデルを提案し，調整速度を計測している。また，株式市場の寄り付き・大引けでの取引参加者の行動や制度上の違いに着目した宇野（1998）は，始値・終値の価格形成の違いについて分析し，始値は終値と比べ過剰調整される傾向が強いと報告している。

上記研究により，これまで検証不可能だった金融市場の価格調整過程や効率性の度合いを定量的に把握することが可能となった。しかし，これまで提案されてきた推定量のいずれも，経済政策や市場制度の変更に応じて挙動が大きく変化するとされる資産価格データの重要な特徴（状態変化）を考慮していない。そのため，従来の推定量を用いて調整速度を計算すると，政策変更や市場の環境変化に伴うボラティリティ変動までも調整係数が捉えてしまうため，推定結果に偏りが発生してしまう[4)]。このような問題を克服するため，本稿では調整係数やボラティリティがレジームと呼ばれる観測不可能な状態にしたがって推移すると仮定することで，市場の状態変化に伴う調整過程の差異を分析可能な枠組みを提案する。本稿の手法により，分散均一性を課すことで生じる推定量の偏りを解消できるだけでなく，資産価格にはどのような調整過程が存在するのか，各調整過程はどのような確率で推移するのか，などといった問いにデータ主体で答えることが可能となる。

本稿の構成は以下の通りである。第2節では，価格調整モデルの概要と従来の調整係数推定量の限界について説明する。第3節では，価格調整モデルをレジーム転換を考慮した状態空間モデルへ拡張することで，市場の変化に伴う調整過程の差異を分析可能な枠組みを提案する。第4節では，前節で提案された枠組みを東京証券取引所上場銘柄に適用し，その有効性を検証する。第5節で分析結果をまとめるとともに，今後の課題について述べる。

2　価格調整モデルの概要

2.1　価格調整モデル

価格調整モデルでは，t期に観測される株価P_tとファンダメンタルズV_tを区別し，両者の差はBlack（1986）が“ノイズ”と呼んだ，ホワイトノイズu_tによって生じると仮定している。両者の関係は以下のように定式化される。

$$\log P_t - \log P_{t-1} = g\left(\log V_t - \log P_{t-1}\right) + u_t, \qquad u_t \sim \text{i.i.d.}\left(0, \sigma^2\right) \ \text{for } t = 1, 2, \ldots, T \tag{1}$$

ここで，gは株価がファンダメンタルズに向かって調整される速度を意味しており，式(1)が定常過程であることを保証するため，$0 < g < 2$が仮定される[5)]。例えば，$0 < g < 1$の時はファンダメンタルズに対し株価は部分的にしか調整されないが，$g = 1$の時は前期の株価と今期のファンダメンタルズの差を完全に埋めるように調整される。一方，$1 < g < 2$の時はファンダメンタルズ以上に株価が調整される。このように，調整係数の値から株価がファンダメンタルズに向かって調整される速度や方向性を把握できる。しかし，調整係数は値が1未満の時だけでなく，1以上の時も効率的な価格形成が阻害されることを意味するため，情報効率性の尺度としては扱いにくい。

このような問題に対処するため，Jiang（2009）は，

$$\lambda = 1 - |1 - g|, \qquad 0 < \lambda \leq 1 \tag{2}$$

を情報効率性の尺度として提案している。式(2)では λ の単調性が保証されるため，値が 1 (0)に近いほど情報効率性が高（低）いと解釈することが可能となる .

式(1)で u_t が生じる理由として, 大別して 2 つの仮説が挙げられる。1 つは, 投資家の至急の資金ニーズや一時的な流動性確保を目的とした売買取引，または正確でない情報や分析を元に執行された売買取引によりノイズが発生するという仮説である。つまり，非情報トレーダー[6)]によって執行された取引からノイズが発生するという仮説である。もう 1 つは，市場で株価が決定される際に用いられる取引制度によってノイズが発生するという仮説である。具体的には，売買注文の時間的不均一性や呼値単位による価格の離散性[7)]などがその原因とされている。そのため，近年は u_t はマイクロストラクチャー・ノイズと呼ばれることが多い。なお，式(1)は以下のように変形できる。

$$\log P_t = g \log V_t + (1-g) \log P_{t-1} + u_t \tag{3}$$

式(3)から，今期の株価は今期のファンダメンタルズと前期の株価の加重和によって表され，調整係数 g はその加重度合いを決定していることがわかる。

一方，ファンダメンタルズは以下のようなランダムウォークに従うと定式化される。

$$\log V_t = m + \log V_{t-1} + e_t, \qquad e_t \sim \text{i.i.d.}\,(0, \omega^2) \tag{4}$$

ここで，m はファンダメンタルズの期待収益率，e_t はファンダメンタルズが変化する際に生じるノイズをそれぞれ意味している。なお，e_t も u_t と同様にホワイトノイズであり，両者はすべての期間において互いに独立と仮定されている。

式(3)，(4)を再帰的に解くと，t 期の対数株価は以下のように表される。

$$\log P_t = g \sum_{\tau=0}^{\infty} (1-g)^{\tau} \log V_{t-\tau} + \sum_{\tau=0}^{\infty} (1-g)^{\tau} u_{t-\tau} \tag{5}$$

したがって，1 期間投資した時の t 期の株式収益率（リターン）を $R_t = R_t^{(1)} \equiv \log P_t - \log P_{t-1}$ と定義すると，式(5)より，

$$R_t = m + g \sum_{\tau=0}^{\infty} (1-g)^{\tau} (e_{t-\tau} - u_{t-\tau-1}) + u_t \tag{6}$$

となる。式(6)より，株式収益率の特性が分析可能となる。例えば，分散は以下のように表される。

$$\mathrm{Var}(R_t) = \left(\frac{g}{2-g}\right)\omega^2 + \left(\frac{2}{2-g}\right)\sigma^2 \tag{7}$$

Shiller (1981) などの研究により，株式収益率の分散（ボラティリティ）にはファンダメンタル・ボラティリティとエクセス・ボラティリティの 2 種類が存在することが明らかとなっているが，価格調整モデルでは式(7)の右辺第 1 項が前者，第 2 項が後者に該当する。前者はファンダメンタルズの変化が株価に反映される際に生じるボラティリティで，取引制度を改善しても低減不可能とされている。一方，後者は非情報トレーダーの価格関与や取引制度を通じて生じるボラティリティで，取引制度の改善によっては低減可能とされている。

また，1 次・2 次の自己共分散は，それぞれ

$$\mathrm{Cov}(R_t, R_{t-1}) = \frac{g[(1-g)\omega^2 - \sigma^2]}{2-g}, \tag{8}$$

$$\mathrm{Cov}(R_t, R_{t-2}) = \frac{g(1-g)[(1-g)\omega^2 - \sigma^2]}{2-g} \tag{9}$$

となるが，式(8)より，調整係数が $1 < g < 2$ を満たす時，1 次の自己共分散は負の値を取ることがわかる。このことから，新たに公開された情報に市場参加者が過剰に反応すると，1 次の自己共分散の符号はマイナスになると推察できる。この議論は 1 次の自己相関係数においても同様である。このように，価格調整モデルを用いることでボラティリティの構成割合や 1 次の自己相関係数の符号の決定要因を理論的に考察することが可能となった。しかし，ファンダメンタルズは観測不可能な変数（潜在変数）であるため，最小二乗法などといった通常用いられる手法では調整係数を推定することは難しい。このことは，本モデルを実証分析に適用するうえで障害となっていた。

2.2　調整係数推定量

前節で述べた課題を克服するため，Damodaran（1993），Brisley and Theobald（1996）は，株価がファンダメンタルズへ完全に調整されるまで一定の期間が必要と仮定し，投資期間の異なる株式収益率の分散・自己共分散を用いて調整係数の推定量を導出している。

具体的には，k 期間投資した時の t 期の株式収益率

$$R_t^{(k)} \equiv \log P_t - \log P_{t-k} \qquad \text{for } k = 1, 2, \ldots, K$$

の分散が，

$$\mathrm{Var}(R_t^{(k)}) = \left(\frac{g^{(k)}}{2-g^{(k)}}\right) k\omega^2 + \left(\frac{2}{2-g^{(k)}}\right)\sigma^2 \tag{10}$$

となることを利用し，投資開始から k 期間経過した時の調整係数 $g^{(k)}$ の推定量を導出している[8)]。

具体的には，

$$\hat{\sigma}^2 = -\widehat{\mathrm{Cov}}(R_t^{(K)}, R_{t-1}^{(K)}), \qquad \hat{\omega}^2 = \frac{\widehat{\mathrm{Var}}(R_t^{(K)}) + 2\,\widehat{\mathrm{Cov}}(R_t^{(K)}, R_{t-1}^{(K)})}{K} \tag{11}$$

となることから，式(11)を式(10)に代入し，$g^{(k)}$ について解いた結果得られる

$$\hat{g}_D^{(K)} = \frac{\dfrac{2\widehat{\mathrm{Var}}(R_t^{(K)})}{k} + \dfrac{2\widehat{\mathrm{Cov}}(R_t^{(K)}, R_{t-1}^{(K)})}{k}}{\dfrac{\widehat{\mathrm{Var}}(R_t^{(K)})}{k} + \dfrac{\widehat{\mathrm{Var}}(R_t^{(K)})}{K} + \dfrac{2\widehat{\mathrm{Cov}}(R_t^{(K)}, R_{t-1}^{(K)})}{K}} \tag{12}$$

を推定量としている。さらに，Damodaran（1993），Brisley and Theobald（1996）は，上記推定量を NYSE 上場銘柄に適用した結果，調整係数の横断面平均値は，短期間（1 日から 3 日程度）では 1 未満，中期間（10 日前後）では 1 以上になると報告している。

しかしながら，推定量（12）を計算する場合，株価が完全に調整されるまでに必要とする期間（完全調整期間）K を任意に設定する必要がある[9]。Theobald and Yallup（2004）は，この設定は恣意的であると批判し，上記制約を必要としない推定量を提案している。具体的には，式(8)，(9)の比率を取ることで計算される推定量

$$\hat{g}_C = 1 - \frac{\widehat{\mathrm{Cov}}(R_t, R_{t-2})}{\widehat{\mathrm{Cov}}(R_t, R_{t-1})}$$

を提案している。また，式(3)の 1 階差分に式(4)を代入して整理すると，

$$R_t = gm + (1-g)R_{t-1} + ge_t + u_t - u_{t-1} \tag{13}$$

となることから，式(13)を以下のような ARMA（1,1）過程

$$R_t = c + \phi R_{t-1} + \epsilon_t + \gamma\epsilon_{t-1}, \quad \epsilon_t \sim \text{i.i.d.}N(0, \varphi^2) \tag{14}$$

によって近似することで推定される $\hat{\phi}$ を用いた推定量 $\hat{g}_A = 1 - \hat{\phi}$ も提案している。さらに，Theobald and Yallup（2004）は，$\hat{g}_D$ は $\hat{g}_C$，$\hat{g}_A$ より調整速度が 1 未満（以上）の時は過小（過大）に推定される傾向があること，完全調整期間の設定によって推定結果が大きく異なることを，モンテカルロ実験により明らかにしている。

推定量 $\hat{g}_C$，$\hat{g}_A$ により，従来より精度の高い調整係数の推定が可能となった。しかしながら，Theobald and Yallup（2004）の手法では期待収益率 m や調整係数 g は推定できるものの，攪乱項 u_t，e_t が識別不可能であるために σ^2，ω^2 は推定できない。そのため，ボラティリティの構成割合(7)を把握することは不可能となっていた。この問題を解決するため，千葉（2014）は価格調整モデルを式(3)を観測方程式，式(4)を遷移方程式とする状態空間モデルで定式化することで，すべての構成パラメータのみならず，ファンダメンタルズや攪乱項も推定する方法を提案している。

上記先行研究により，これまで検証不可能だった金融市場の価格調整メカニズムやボラティリティの構成割合を定量的に把握することが可能となった。しかし，Ang and Bekaert（2002）などの研究により，株式市場には期待収益率が低くボラティリティの高いベア市場（下落相場）や，高い期待収益率と低ボラティリティによって特徴づけられるブル市場（上昇相場）が存在することが報告されている。そのため，金融市場で同一の調整メカニズムが常に機能する可能性は低いと考えられる。つまり，経済政策や市場制度の変更，投資対象銘柄に関する新しい情報の開示などに伴い，調整速度やボラティリティは大きく変化することが予想されるのである。以上の洞察に基づき，次節では，価格調整モデルを金融市場の変化に伴いパラメータが変化するモデルへ拡張を試みる。

3　価格調整モデルの拡張

3.1　状態およびパラメータの特定

本稿では，パラメータが金融市場の状態に伴い変化すると仮定して価格調整過程を分析するが，状態の定式化には大別して 2 つの方法がある。1 つは，取引量や為替レートなどといった観測可能な変

数によって状態が決定されるモデルであり，代表的なモデルとして閾値モデルや平滑推移モデルが挙げられる。もう1つは状態が観測不可能な変数によって決定されるモデルであり，その代表的なモデルがマルコフ転換モデルである。マクロ経済や金融データは景気や投資家の心理など観測できない変数に影響を受けるものも多く，マルコフ転換モデルはこのような観測不可能な変数の状態（レジーム）によって特性が異なるデータ分析に有効である。特に，Hamilton（1989）がマルコフ転換モデルを用いて景気循環を捉えることに成功して以来，当該分野で頻繁に用いられるようになった。なお，沖本（2010）は上記モデルについて平易かつ簡潔に解説している。

マルコフ転換モデルでは観測不可能な t 期の状態を離散変数 s_t で表すが，モデルを特定するためには s_t が従う確率過程を定める必要がある。Hamilton（1989）は，s_t の確率過程として，以下のような M 状態マルコフ連鎖を用いることを提案している。

$$\Pr(s_t = j | s_{t-1} = i, s_{t-2} = h, \ldots) = \Pr(s_t = j | s_{t-1} = i) = p_{ij} \quad \text{for } i, j = 1, 2, \ldots, M \tag{15}$$

この時，p_{ij} は状態 i から状態 j への推移確率と呼ばれ，$0 < p_{ij} < 1$，$\sum_{j=1}^{M} p_{ij} = 1$ が仮定される。また，推移確率をまとめた行列

$$\underset{(M\times M)}{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \cdots & p_{M1} \\ p_{12} & p_{22} & \cdots & p_{M2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{1M} & p_{2M} & \cdots & p_{MM} \end{bmatrix} \tag{16}$$

は，推移確率行列と呼ばれる。ここで，P の第 (j, i) 成分が推移確率 p_{ij} であること，$p_{iM} = 1 - \sum_{j=1}^{M-1} p_{ij}$ という制約が課せられていることに注意されたい。

式(15)，(16)より，状態変化に関する各種統計量の計算が可能となる。例えば，状態 j の平均持続期間は，

$$d_j = (1 - p_{jj})^{-1} \tag{17}$$

より算出される。また，状態 j の定常確率を $\pi_j = \Pr(s = j)$ とした時，定常確率ベクトルは，

$$\underset{(M\times 1)}{\pi} = (A'A)^{-1} A' e_{M+1} \tag{18}$$

と表される。ここで，

$$\underset{(M\times 1)}{\pi} = \begin{bmatrix} \pi_1 \\ \pi_2 \\ \vdots \\ \pi_M \end{bmatrix}, \quad \underset{[(M+1)\times M]}{A} = \begin{bmatrix} I_M - P \\ i'_M \end{bmatrix}, \quad \underset{(M\times M)}{I_M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix},$$

$$\underset{[1\times(M+1)]}{e'_{M+1}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \underset{(1\times M)}{i'_M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

である。なお，平均持続期間，定常確率はどちらも推移確率の関数として定義されるが，平均持続期間は推移確率行列の対角成分のみを用いて計算されるのに対し，定常確率は全成分を用いて計算され

る点が大きな違いである。

次に，式(1)における調整係数 g と式(4)におけるファンダメンタル・ノイズ e_t のボラティリティ ω が状態に応じて変化するよう，s_t の関数としてそれぞれ以下のように定式化する。

$$g(s_t)=\sum_{j=1}^{M} g_j s_t^{(j)}, \qquad \omega(s_t)=\sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{j} \omega_k s_t^{(j)} \tag{19}$$

ここで，

$$0 < g_j < 2, \quad \omega_k > 0, \quad s_t^{(j)} = \begin{cases} 1 \text{ if } & s_t = j \\ 0 \text{ if } & s_t \neq j \end{cases} \quad \text{for } j,k = 1, 2, \ldots, M$$

である。式(19)の定式化により，状態 s_t の実現値が 1 から M へ大きくなると，$\omega(s_t)$ は必ず増加することがわかる。また，g_j は状態 j における調整速度を意味するため，各状態の調整係数の値を比較することで，状態変化に伴う調整速度の差異や方向性を把握することが可能となる。

さらに，式(2)を拡張し，

$$\lambda(s_t)=\sum_{j=1}^{M} \lambda_j s_t^{(j)}, \quad \lambda_j = 1 - |1 - g_j|, \qquad 0 < \lambda_j \leq 1 \tag{20}$$

と定式化すれば，各状態の情報効率性を計算できる。同様に，状態 j における定常確率 π_j を用いることで，各銘柄の定常効率性も以下のように表現できる。

$$\lambda = \sum_{j=1}^{M} \pi_j \lambda_j \tag{21}$$

3.2　状態空間表現

これまで説明してきたように，本稿ではファンダメンタルズ V_t や状態 s_t を潜在変数として定義している。そのため，何らかの手法を用いてこれらを推定する必要がある。そこで，価格調整モデル(3)，(4)に式(19)を導入し，以下のような状態空間モデルで表現する[10)]。

観測方程式

a

$$\begin{aligned} \log P_t &= g(s_t)\log V_t + [1 - g(s_t)]\log P_{t-1} + \sigma u_t \\ &\Updownarrow \\ y_t &= g(s_t)x_t + [1 - g(s_t)]y_{t-1} + \sigma u_t \end{aligned} \tag{22}$$

遷移方程式

$$\begin{aligned} \log V_t &= \log V_{t-1} + \omega(s_t)e_t \\ &\Updownarrow \\ x_t &= x_{t-1} + \omega(s_t)e_t \end{aligned} \tag{23}$$

式 (22)，(23) より，本モデルでは観測変数として対数株価，潜在変数として対数ファンダメンタルズと状態がそれぞれ対応していることがわかる。また，本モデルは，最初に s_t によって x_t が決定

され，次に s_t，x_t によって y_t が決定される階層型構造となっていることから，階層型状態空間モデルの特殊形と捉えることもできる[11)]。このような階層型状態空間モデルの潜在変数 s_t, x_t は, Kim（1994）によって開発された濾波・平滑化アルゴリズムと呼ばれる 2 種類の逐次アルゴリズムにより推定が可能となる。そこで，本稿では Kim（1994）のアルゴリズムを用いて各期のファンダメンタルズ，状態確率を推定することとした[12)]。

また，式（22），（23）における攪乱項 u_t，e_t は以下の確率分布に従うと仮定する。

$$\begin{bmatrix} u_t \\ e_t \end{bmatrix} \sim \text{i.i.d.}\, N\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) \tag{24}$$

なお，式⒆において ω はマルコフ連鎖に従う状態 s_t の関数として定式化されているため，対数株価の無条件分布は混合正規分布となる。これにより，本モデルは構造変化などに代表される非線形な挙動変化や，分布の非対称性・裾の厚さといった金融データで頻繁に観測される重要な特徴に対応が可能となる。因みに，Clark（1973）は，分布混合仮説を用いて“株価を変動させるような情報量は日々確率的に変動し，情報量に応じて取引高やボラティリティも上昇する”と述べているが，当該モデルはこの仮説に即したモデルと捉えることもできる。

3.3　状態数の検証方法

これまで，本稿では資産価格には M 個の異なる状態が存在すると仮定して議論を展開してきた。しかし，実際に金融データに価格調整モデルを適用する場合，何らかの方法で状態数を確定する必要がある。このような問題は状態数に関する検定問題に帰着されるが, この問題を尤度比検定などといった通常用いられる検定手法によって明らかにすることは困難である。何故なら，尤度比検定統計量が漸近的に χ^2 分布に従うための条件の 1 つに「情報行列 I_{2D} が正則」というものがあるが，真の過程が $M-1$ 状態しかもたない時に M 状態のモデルをあてはめると，帰無仮説の下で M 番目の状態を表すパラメータが識別不能となり，この条件が満たされなくなるからである。

このような問題を解決するため，Hansen（1992），Cho and White（2007），Kasahara *et al*.（2014）などにより，新たな検定手法が提案されている。しかし，いずれの手法も，計算負荷が大きかったり，一部の状態間の比較検証しかできないなどといった課題があることが報告されている[13)]。一方，Smith *et al*.（2006）は，マルコフ転換回帰モデルの変数と状態数の選択に用いることができるマルコフ転換規準（Markov-Switching Criterion：MSC）と呼ばれる情報量規準を提案している。この手法を用いて最適な状態数を決定したい場合，1 状態から M 状態の MSC を計算し，その値が最少となるモデルを選択すればよい。なお，MSC は状態数だけでなく説明変数の選択も同時に検証できるため，実用的な規準となっている。

しかしながら，MSC による方法でも問題が残る。それは，MSC はマルコフ転換回帰モデル用に開発された情報量規準であるため，本稿で提案しているような階層型状態空間によって表現されるモデルでは，状態数を正しく選択できない可能性が残るという問題である。この問題に対するもっとも適切な方法は，階層型状態空間モデルでも適用可能な情報量規準を用いて状態数を確定することである。しかし，筆者が知る限り，現時点ではそのような情報量規準は開発されていない。そこで，本稿では分析対象銘柄を価格調整モデルだけでなくマルコフ転換モデルにも適用し，計算された MSC を状態間で比較することで，より多角的に最適な状態数を検証することにした。

本稿では，1 期間投資した時の t 期の株式収益率のボラティリティが状態 s_t にしたがって推移すると仮定した，以下のようなマルコフ転換モデルを比較検証モデルとして採用する。

$$R_t = \varpi(s_t)v_t, \qquad \varpi(s_t) = \sum_{j=1}^{M}\sum_{k=1}^{j} \varpi_k s_t^{(j)}, \qquad v_t \sim \text{i.i.d.}\, N(0,1) \tag{25}$$

モデル（25）を採用した理由として，(i)調整速度が 0 の時の価格調整モデルが式（25）に対応することから，モデル間に入れ子関係が成立する，(ii)ファンダメンタルズを推定する必要がないため，階層型状態空間モデルで定式化する必要がない，(iii)マルコフ転換回帰モデルに属するため，正確に MSC を計算できる，などが挙げられる。

なお，M 状態のマルコフ転換モデル（MSM_M）の MSC は以下のように与えられる。

$$\text{MSC}(\text{MSM}_M) = -2\ell(\hat{\theta}) + \sum_{j=1}^{M} \frac{\hat{\rho}_j^2}{\hat{\rho}_j - 2} \tag{26}$$

ここで，$\ell(\hat{\theta})$ は未知パラメータベクトル $\theta = (p_{11}, \ldots, p_{1,M-1}, \ldots, p_{M1}, \ldots, p_{M,M-1}, \omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_M)'$ の最尤推定値 $\hat{\theta}$ で評価した時の対数準尤度，$\hat{\rho}_j = \sum_{t=1}^{T} \Pr(s_t = j \mid y_{1:T})$ である。

また，式（26）にならい，本稿では M 状態の価格調整モデル（PAM_M）の MSC を以下のように定義することとした。

$$\text{MSC}(\text{PAM}_M) = -2\ell(\hat{\theta}) + \sum_{j=1}^{M} \frac{\hat{\rho}_j(\hat{\rho}_j + 2M)}{\hat{\rho}_j - 2M - 2} \tag{27}$$

ここで，$\ell(\hat{\theta})$ は未知パラメータベクトル $\theta = (p_{11}, \ldots, p_{1,M-1}, \ldots, p_{M1}, \ldots, p_{M,M-1}, g_1, \ldots, g_M, \sigma, \omega_1, \ldots, \omega_M)'$ の最尤推定値 $\hat{\theta}$ で評価した時の対数準尤度である。なお，上述の通り，階層型状態空間モデルにおいて状態数を検証する情報量規準は現時点では開発されていないため，式（27）はあくまでも参考指標である点に注意されたい。

本稿では，Turner *et al.*（1989），Kim *et al.*（1998），Guidolin and Timmermann（2006）にならい，1 状態から 4 状態のマルコフ転換モデル，価格調整モデルの MSC をモデルごとに比較することで，最適な状態数を検証することにした[14)]。

4　実証分析

4.1　分析データ

本節では，前節までに提案した枠組みを東京証券取引所上場銘柄に適用することで，市場の変化に伴う調整速度やボラティリティの差異，各調整過程における持続期間，効率性の程度を検証する。本稿では，下記条件をすべて満たす 2,117 社を分析対象とした。

（i）2007 年 11 月 8 日以前に東京証券取引所（東証）に上場し，2016 年 11 月 9 日時点で「市場第一部」・「市場第二部」・「マザーズ」のいずれかに所属している。

（ii）2016 年 11 月 9 日時点の東証業種分類において，「銀行業」・「証券・商品先物取引業」・「保険業」・「その他金融業」・「不動産業」以外の業種に分類されている。

(iii) 2016 年 11 月 9 日時点で合併などが予定されていない[15)]。

また，分析期間は 2008 年 11 月 9 日から 2016 年 11 月 8 日とした。なお，観測頻度は日次であり，期間中の取引日数は 1,957 日である[16)]。対象銘柄の株価には，株式会社金融データソリューションズが提供している『市場関連データベース』内の「厚生年金基金連合会評価株価」を採用した。なお，配当に絡む権利落ちや株式分割などによる株価の非連続性を防止するため，「権利落累積修正係数」を乗じた値を使用している。

4.2 ポートフォリオ収益率の特徴

最初に，記述統計量と検定統計量を用いて株式収益率の特徴を分析する。しかし，本稿の分析対象銘柄数は膨大であるため，すべての個別銘柄の収益率の特徴を記載することは紙幅の関係上難しい。そこで，時価総額を基準に分析対象銘柄を 10 階級に分類し，各階級に分類された個別銘柄の収益率の横断面平均値であるポートフォリオ収益率を分析することにした[17)]。なお，基準に用いた時価総額は普通株基準時価総額の時系列平均値であり，クラス 1 (10)がもっとも時価総額が小さ（大き）い銘柄が分類されている。

表 1 は各階級のポートフォリオ収益率の記述統計量の結果である。表 1 から，収益率の平均値（中位値）はクラス 2・6 (4)を除くすべての階級で正の値を示すことがわかる。これは，2012 年 12 月頃から実施されたアベノミクスによりデフレ脱却期待が高まり，多くの銘柄で株価が大きく上昇したことが背景にあると推察される。しかしながら，いずれの階級においても統計的に有意な結果は得られなかった。次に標準偏差について確認すると，時価総額が大きな階級ほど標準偏差が大きいことがわかる。ただし，この傾向は単調な現象というわけではなく，もっとも標準偏差が大きい階級はクラス 1 の 0.71% となっている。さらに，クラス 8・9 以外のすべての階級で歪度が負の値を示していること

表 1　ポートフォリオ収益率の記述統計量，正規性・系列相関に関する検定結果

階級	標本数	最大値	最小値	平均値	標準偏差	中位値	歪度	尖度	JB	LB
クラス 1	211	4.27	-7.47	0.29	0.71	3.24	*-0.96*	*15.60*	*13,239*	*505*
クラス 2	212	5.34	-6.45	-0.37	0.59	-0.21	*-1.02*	*24.41*	*37,712*	*250*
クラス 3	212	4.44	-6.74	0.86	0.62	2.81	*-1.73*	*25.75*	*43,172*	*446*
クラス 4	211	4.97	-5.45	0.19	0.61	-0.29	*-0.05*	*15.69*	*13,128*	*608*
クラス 5	212	6.09	-6.43	0.21	0.64	0.56	*-0.46*	*20.74*	25,739	331
クラス 6	212	5.56	-5.05	-0.17	0.63	0.18	*-0.19*	*12.71*	7,697	326
クラス 7	211	3.73	-5.29	1.10	0.66	2.79	*-0.65*	*9.10*	3,170	616
クラス 8	212	5.04	-4.32	0.22	0.67	0.63	*0.18*	*8.25*	2,257	298
クラス 9	212	6.99	-5.21	0.55	0.69	2.01	0.00	*12.38*	7,178	130
クラス 10	212	3.51	-4.88	0.50	0.67	3.11	-0.37	*6.22*	892	313
全体	2,117	4.36	-4.99	0.34	0.59	0.69	*-0.53*	*12.04*	*6,752*	*585*

（注 1）記述統計量の単位は，最大値・最小値・標準偏差が %，平均値・中位値がベーシスポイントである。一方，歪度・尖度は標準化された値を記載している。標本数，階級 n のポートフォリオ収益率の標準誤差をそれぞれ T, $\hat{\sigma}_n$ とすると，平均値・歪度・尖度の標準誤差は，それぞれ $\hat{\sigma}_n/\sqrt{T}$, $\sqrt{6/T}$, $\sqrt{24/T}$ より計算できる。なお，各標準誤差はすべての階級で 0.01, 0.06, 0.11 となるため，割愛した。また，イタリック体で表記されている値は有意水準 5% で統計的に有意（5 パーセンタイルは 1.96）であることを意味している。

（注 2）イタリック体で表記されている JB，LB 統計値は，有意水準 5% で統計的に有意（5 パーセンタイルは，それぞれ 5.99, 18.31）であることを意味している。なお，LB 統計量における系列相関の次数は 10 次とした。

から，損失が生じる際に極端な値が観測されやすいことがわかる。この傾向は時価総額の小さな階級において顕著で，最小値がより小さな値を示すことからも確認できる。同様に，すべての階級で尖度が統計的に有意な 3 以上の値を示すことから，外れ値の観測頻度が高いこともわかる。

さらに，Jarque-Bera（JB）統計量を用いて収益率の正規性を検証した結果，すべての階級で帰無仮説は強く棄却された。また，Engle and Susmel（1993）にならい，収益率の二乗をボラティリティの近似値と捉え，Ljung-Box（LB）統計量を用いて系列相関の有無を検証した結果，すべての階級で帰無仮説は強く棄却された。以上の分析結果から，収益率には非正規性，収益率の二乗には系列依存性があることが明らかとなった。

4.3　状態数の検証

次に，第 3.3 節で定義されたマルコフ転換モデル（MSM），価格調整モデル（PAM）のマルコフ転換規準を用いて，最適な状態数を検証する[18)]。なお，繰り返しになるが，本稿で定義した価格調整モデルのマルコフ転換規準（27）はあくまでも参考指標である点に注意されたい。

最初に，MSM の最適な状態数について考察する。表 2 上段の分析結果から，MSM において最適な状態数として選択される回数がもっとも多いのは 3 状態で，その次が 4 状態であることがわかる。実際, 全銘柄の約 57（43）% に相当する 1,202（911）銘柄において, 3（4）状態が最適と診断されている。一方，2 状態は僅か 4 銘柄しか選択されておらず，1 状態に至っては 1 銘柄も選択されていない。さらに，階級ごとに最適な状態数を比較すると，時価総額が小さな階級では 4 状態の選択回数が多いことがわかる。実際，クラス 2 から 5 では 4 状態がもっとも多く選択されており，特にクラス 2・3 では 6 割以上の銘柄（129 銘柄, 142 銘柄）で 4 状態が選択されている。この傾向は，上段第 6 列から第 9 列に記載されている各階級の MSC 横断面平均値でも確認できる。実際，クラス 1 から 6 では 4 状態の MSC がもっとも低くなっている。一方, 2 状態が最適と診断された回数が 1 回以上ある階級は，クラス 8・9・10 と時価総額が大きな階級のみとなっている。

次に，PAM の最適な状態数について考察する。表 2 下段の分析結果から，PAM においても最適な状態数として選択される回数がもっとも多いのは 3 状態で，その次に 4 状態であることがわかる。しかし，MSM との大きな違いは，3 状態の選択回数の多さにある。実際，PAM では全銘柄の約 81% に相当する 1,709 銘柄で 3 状態が最適と診断されている。最適な状態数が 1 もしくは 2 に選択された回数も，モデル間で違いがみられる。例えば，MSM では 2（1）状態のモデルは 4（0）銘柄しか選択されなかったものの，PAM では 2（1）状態のモデルは 60（3）銘柄選択されている。さらに，階級ごとに最適な状態数を検証すると, MSM では 4 状態の選択回数が多かった時価総額が小さな階級においても，PAM では 3 状態の選択回数が多いことがわかる。実際，すべての階級で 3 状態が最も多く選択されており，4 状態については，MSM では 6 割以上の選択割合を示したクラス 2・3 においてさえ，PAM では 2 割近く（50 銘柄，44 銘柄）まで選択割合が減少する。また，各階級の MSC 横断面平均値でも，クラス 1 を除くすべての階級で 3 状態の MSC がもっとも低いことが確認できる。さらに，クラス 7 以上の階級では 2 状態が最適と診断される回数が増加し，時価総額が大きなクラス 9・10 では 1 状態が最適と診断される銘柄も登場する。

以上の考察から，（i）最適な状態数は 3, 4, 2, 1 の順番で選択されやすい，（ii）時価総額が大きな銘柄ほど，より状態数の少ないモデルが選択されやすい，（iii）PAM では，MSM と比べてより状態数の少ないモデルが選択されやすい，ことが明らかとなった。

表２　MSC による状態数の検証結果

MSM	状態数				MSC			
階級	1	2	3	4	1	2	3	4
クラス 1	0	0	*112*	99	-5,552	-6,551	-6,685	*-6,690*
クラス 2	0	0	83	*129*	-6,573	-7,508	-7,645	*-7,652*
クラス 3	0	0	70	*142*	-7,041	-7,868	-7,991	*-8,001*
クラス 4	0	0	96	*115*	-7,269	-8,036	-8,148	*-8,153*
クラス 5	0	0	94	*118*	-7,492	-8,127	-8,221	*-8,225*
クラス 6	0	0	*124*	88	-7,404	-7,990	-8,082	*-8,099*
クラス 7	0	0	*165*	46	-7,441	-7,872	*-7,932*	-7,929
クラス 8	0	2	*160*	50	-7,462	-7,853	*-7,903*	-7,900
クラス 9	0	1	*165*	46	-7,540	-7,897	*-7,936*	-7,930
クラス 10	0	1	*133*	78	-7,650	-7,998	*-8,041*	-8,038
全体	0	4	*1,202*	911	-7,290	-7,863	-7,944	*-7,946*
PAM	状態数				MSC			
階級	1	2	3	4	1	2	3	4
クラス 1	0	0	*158*	53	-5,386	-6,209	-6,316	*-6,370*
クラス 2	0	0	*162*	50	-6,116	-6,909	*-7,023*	-7,017
クラス 3	0	0	*168*	44	-6,745	-7,413	*-7,503*	-7,491
クラス 4	0	0	*169*	42	-7,178	-7,773	*-7,855*	-7,842
クラス 5	0	1	*178*	33	-7,393	-7,923	*-8,000*	-7,896
クラス 6	0	1	*181*	30	-7,350	-7,826	*-7,898*	-7,883
クラス 7	0	10	*170*	31	-7,376	-7,732	*-7,776*	-7,754
クラス 8	0	9	*186*	17	-7,425	-7,739	*-7,772*	-7,760
クラス 9	1	18	*177*	16	-7,557	-7,831	*-7,856*	-7,815
クラス 10	2	21	*160*	29	-7,662	-7,918	*-7,949*	-7,927
全体	3	60	*1,709*	345	-7,283	-7,711	*-7,766*	-7,739

（注）第 2 列から第 5 列は，状態数が 1 から 4 のマルコフ転換モデル（MSM），価格調整モデル（PAM）それぞれにおいて，MSC の値がもっとも低いものを 1，それ以外を 0 として集計し，階級別に分類したものである。一方，第 6 列から第 9 列は階級・状態別の MSC の横断面平均値である。なお，イタリック体で表記されている値は，第 2 列から第 5 列では各階級において当該状態が最適と選択された回数がもっとも多いこと，第 6 列から第 9 列では各階級において当該 MSC がもっとも低いことをそれぞれ意味している。

分析結果 (i), (ii) は両モデルで共通の傾向であることから頑健な結果と判断できるが，注意が必要なのは分析結果 (iii) である。このような結果となった要因の 1 つに，両モデルの定式化の違いが考えられる。PAM では価格形成過程において生じるノイズをファンダメンタル・ノイズ e_t とマイクロストラクチャー・ノイズ u_t の 2 種類に区別し，両者は互いに独立と仮定している。また，ω は状態 s_t の関数として定式化する一方，σ は s_t とは独立と仮定している。そのため，PAM では u_t が価格調整に与える影響を適切に捉えることができる。一方, MSM ではファンダメンタルズを推定しないため，e_t，u_t は区別されない。実際，式 (25) では，e_t，u_t が混在するノイズ v_t の標準偏差 ω を状態 s_t の関数として定式化している。そのため，MSM では u_t の影響を適切に捉えることができない。このような定式化の誤りが状態数の決定に影響を与え，結果として MSM でより状態数の多いモデルが選択されやすくなると推察される。

本稿のような階層型状態空間モデルでの状態数の決定は発展途上の段階であるため，今回の分析で決着がついたとは言い難い。しかし，大半の銘柄で 2 状態以上のモデルが最適と診断されていることから，状態変化を考慮した価格調整モデルは，従来のモデルより適切に価格形成メカニズムを把握できる可能性が高いと判断できる。

4.4　推定結果

前節の分析結果から，価格調整モデルにおいて最適な状態数に選択される傾向がもっとも高いのは状態が 3 つのモデル（PAM_3）であることが確認された。そこで，本節では PAM_3 の推定結果について考察する[19]。

なお，Theobald and Yallup（2004）は，Fama（1998）の“期待される異常収益率が 0 である効率的市場では，過剰反応や過小反応といったアノマリーは無作為かつ横断的に分割されている”という言葉を引用し，“市場が効率的であれば，調整係数の横断面平均値は 1 に等しい”と推論し分析を行っている。そこで，本稿でも銘柄ごとに調整係数を推定し，その横断面平均値が 1 に等しいか t 統計量を用いて仮説検定することにした。また，Damodaran（1993），Theobald and Yallup（2004）は，分析対象銘柄を時価総額を基準に分類し，各階級の調整係数の横断面平均を比較することで，時価総額と価格調整の関係について分析を行っている。そこで，本稿でも分析対象銘柄を時価総額別に分類し，両者の関係を分析する[20]。さらに，Turner *et al.*（1989），Kim *et al.*（1998）にならい，状態 1･2･3 をそれぞれ低･中･高ボラティリティ（LV･MV･HV）状態と捉え，ボラティリティと調整速度の関係についても検証する。

4.4.1　推移確率・平均持続期間・定常確率

最初に，観測不可能な状態 s_t を導入することで推定が可能となった推移確率 p_{ij}，推移確率の関数として定義される平均持続期間 d_j，定常確率 π_j の計算結果について考察する。

表 3 は，分析対象銘柄の個別対数株価を PAM_3 に適用した結果得られた推移確率の推定値を，階級ごとに算術平均したものである。表 3 から，推移確率行列の対角成分 $\hat{p}_{11}$，$\hat{p}_{22}$，$\hat{p}_{33}$ の横断面平均値を比較すると，全階級で $\hat{p}_{11} > \hat{p}_{22} > \hat{p}_{33}$ となることがわかる。実際，全体平均では $\hat{p}_{11}$ は 93.38% と全状態でもっとも高いが，$\hat{p}_{22}$ は 90.86% と $\hat{p}_{11}$ より低い。さらに，$\hat{p}_{33}$ は 64.23% と，$\hat{p}_{11}$，$\hat{p}_{22}$ より 25% 以上も低い。階級別でも，$\hat{p}_{11}$，$\hat{p}_{22}$ は全階級で 80% を上回る一方，$\hat{p}_{33}$ は全階級で 70% を下回っている。以上の結果は，分析対象銘柄は一旦 LV・MV 状態に入るとその状態がしばらく維持されるが，HV 状態ではその傾向が弱いことを示唆している。

さらに，階級ごとに推移確率行列の対角成分を確認すると，時価総額が大きな階級ほど $\hat{p}_{11}$，$\hat{p}_{22}$ は高くなるものの，$\hat{p}_{33}$ は低くなることがわかる。実際，$\hat{p}_{11}$（$\hat{p}_{22}$）はクラス 1 では 89.40（84.65）% だが，クラス 10 では 96.73（93.27）% まで上昇する。一方，$\hat{p}_{33}$ はクラス 1 では 68.19% だが，クラス 10 では 61.60% に低下する。この結果は，小型株は大型株と比べてボラティリティの水準が中程度以下で維持される傾向は低いが，HV 状態に留まる傾向は高いことを意味している。

次に，推移確率行列の非対角成分について考察する。全体平均で比較すると，「ボラティリティがより高い状態へ推移する確率」は，「ボラティリティがより低い状態へ推移する確率」より小さいことがわかる。実際，もっとも確率が低い成分は $\hat{p}_{13}$ の 1.11%，その次が $\hat{p}_{23}$ の 3.37%，$\hat{p}_{12}$ の 5.51% と，いずれもボラティリティがより高い状態へ推移する成分であることが確認できる。一方，ボラティリティがより低い状態へ推移する成分は，$\hat{p}_{32}$ の 28.67% が際立って高く，$\hat{p}_{21}$，$\hat{p}_{31}$ も 5.77%，7.10% と，いずれも前述の確率より高い。このような違いは，LV・MV 状態間では明瞭でない（$\hat{p}_{21} / \hat{p}_{12} \approx 1.05$）が，LV･HV 状態間や MV･HV 状態間では明確な違い（$\hat{p}_{31} / \hat{p}_{13} \approx 6.40$, $\hat{p}_{32} / \hat{p}_{23} \approx 8.50$）となって現れる。以上の結果から，(i) HV 状態への推移は稀だが，HV 状態からは比較的頻繁に推移する，(ii) 一旦ボラティリティが高水準になると，その後は中程度の水準で維持される，傾向が強いことがわかる。

また，階級ごとに推移確率行列の非対角成分を確認すると，時価総額が大きな階級ほど LV・MV

表３　推移確率の推定結果

階級	$\hat{p}_{11}$	$\hat{p}_{12}$	$\hat{p}_{13}$	$\hat{p}_{21}$	$\hat{p}_{22}$	$\hat{p}_{23}$	$\hat{p}_{31}$	$\hat{p}_{32}$	$\hat{p}_{33}$
クラス 1	89.40	9.12	1.48	11.90	84.65	3.45	0.52	31.29	68.19
	(2.19)	(2.24)		(2.34)	(2.54)		(0.53)	(6.93)	
クラス 2	90.87	8.04	1.09	8.85	87.53	3.63	1.45	33.11	65.43
	(2.52)	(2.57)		(2.94)	(3.24)		(0.68)	(15.46)	
クラス 3	92.07	7.05	0.88	7.18	89.46	3.36	1.56	30.87	67.57
	(1.67)	(1.72)		(1.64)	(1.96)		(1.17)	(7.30)	
クラス 4	92.19	6.79	1.01	6.92	89.89	3.19	2.61	30.33	67.07
	(1.71)	(1.76)		(1.74)	(2.09)		(1.86)	(7.77)	
クラス 5	92.53	6.67	0.80	6.45	90.17	3.38	3.73	28.72	67.55
	(1.70)	(1.75)		(1.70)	(2.13)		(2.14)	(7.88)	
クラス 6	92.55	6.61	0.84	6.05	90.72	3.22	3.59	28.93	67.49
	(1.66)	(1.76)		(1.56)	(2.00)		(2.37)	(8.28)	
クラス 7	93.29	5.66	1.05	5.56	91.17	3.27	7.12	30.69	62.20
	(1.76)	(1.78)		(1.75)	(2.29)		(3.72)	(9.48)	
クラス 8	93.92	4.85	1.24	4.69	91.95	3.36	9.69	28.43	61.88
	(1.65)	(1.60)		(1.48)	(1.96)		(3.56)	(7.92)	
クラス 9	95.85	2.86	1.29	3.57	93.74	2.69	14.02	27.31	58.67
	(1.25)	(1.08)		(1.42)	(1.96)		(5.37)	(8.75)	
クラス 10	96.73	1.81	1.46	2.45	93.27	4.28	16.47	21.93	61.60
	(1.23)	(0.96)		(1.02)	(1.97)		(5.31)	(7.99)	
全体	93.38	5.51	1.11	5.77	90.86	3.37	7.10	28.67	64.23
	(1.66)	(1.63)		(1.66)	(2.15)		(3.04)	(8.64)	

（注１）$\hat{p}_{ij}$ は状態 i から状態 j への推移確率推定値を階級ごとに算術平均したものである。また，括弧内の数値は $\hat{p}_{ij}$ の標準誤差を階級ごとに算術平均したものである。なお，単位は % である。

（注２）$\hat{p}_{13}$，$\hat{p}_{23}$，$\hat{p}_{33}$ は，制約式 $\hat{p}_{13} = 1 - \sum_{j=1}^{2} \hat{p}_{1j}$，$\hat{p}_{23} = 1 - \sum_{j=1}^{2} \hat{p}_{2j}$，$\hat{p}_{33} = 1 - \sum_{j=1}^{2} \hat{p}_{3j}$ より計算された個別銘柄の推移確率推定値を階級ごとに算術平均したものである。したがって，$\hat{p}_{13}$，$\hat{p}_{23}$，$\hat{p}_{33}$ は直接推定していない。そのため，当該パラメータの標準誤差は記載していない。

状態間の推移確率 $\hat{p}_{12}$，$\hat{p}_{21}$ は低いことがわかる。実際，$\hat{p}_{12}(\hat{p}_{21})$ はクラス 1 では 9.12（11.90）% だが，クラス 10 では 1.81（2.45）% にまで減少する。この結果は，時価総額が大きな階級ほど $\hat{p}_{11}$，$\hat{p}_{22}$ が高いことと整合的である。また，LV・HV 状態間の推移確率 $\hat{p}_{13}$，$\hat{p}_{31}$ について確認すると，$\hat{p}_{13}$ はクラス 1（1.48%）からクラス 5（0.80%）では時価総額が大きくなるほど減少するものの，クラス 6 から上昇に転じ，クラス 10 ではクラス 1 と同水準（1.46%）になることがわかる。一方，$\hat{p}_{31}$ は時価総額が大きな階級ほど高い。実際，クラス 1 では 0.52% 程度だが，クラス 10 では 16.47% にまで上昇する。以上の結果から，(i) 中型株に比べ，小型株･大型株は LV 状態から HV 状態へ推移する確率が高い，(ii) 一旦ボラティリティが高水準になっても，大型株ではボラティリティは低水準に移行する傾向が強いが，小型株ではボラティリティは中程度以上の水準で維持される傾向が強い，ことがわかる。一方，MV･HV 状態間の推移確率 $\hat{p}_{23}$，$\hat{p}_{32}$ は，一部の階級を除き，大きな違いはみられない。実際，$\hat{p}_{23}$（$\hat{p}_{32}$）は，クラス 10 の 4.28（21.93）% 以外，大半の階級で 3.5（30.0）% 程度の水準であることが確認できる[21)]。

次に，平均持続期間について考察する。**表 4** の第 2 列から第 4 列は，分析対象銘柄の個別対数株価を PAM3 に適用した結果得られた平均持続期間を，階級ごとに算術平均したものである。各状態の平均持続期間の全体平均値から，分析対象銘柄が LV・MV・HV 状態に留まる平均日数はそれぞれ約 25，16，5（取引）日であることがわかる。この結果は，LV 状態は約 1 ヵ月持続するものの，HV 状態は 1 週間程度しか持続できないことを意味している。

また，階級ごとに持続期間を比較すると，LV 状態はクラス 1 では 12 日程持続するが，クラス 10

表 4　平均持続期間・定常確率の推定結果

階級	$\hat{d}_1$	$\hat{d}_2$	$\hat{d}_3$	$\hat{\pi}_1$	$\hat{\pi}_2$	$\hat{\pi}_3$
クラス 1	11.74	7.86	3.84	46.04	45.01	8.95
	(7.72)	(3.20)	(1.83)	(12.34)	(9.08)	(6.29)
クラス 2	13.36	9.09	3.99	45.64	46.59	7.76
	(6.63)	(3.66)	(4.01)	(11.45)	(8.63)	(5.37)
クラス 3	16.83	11.14	4.02	44.53	47.79	7.68
	(10.18)	(5.29)	(2.40)	(12.48)	(9.71)	(5.44)
クラス 4	15.74	11.06	4.07	44.27	48.16	7.57
	(7.46)	(4.21)	(2.63)	(11.40)	(8.39)	(5.51)
クラス 5	18.05	12.35	4.25	43.68	48.52	7.80
	(16.32)	(6.30)	(2.91)	(13.74)	(10.77)	(5.49)
クラス 6	19.53	13.32	4.74	43.65	48.44	7.90
	(14.55)	(7.32)	(4.14)	(14.01)	(10.23)	(6.30)
クラス 7	21.29	14.70	5.95	45.88	46.25	7.87
	(13.85)	(9.81)	(14.82)	(14.74)	(12.18)	(6.80)
クラス 8	24.61	17.27	5.30	47.13	44.99	7.88
	(16.43)	(12.80)	(6.62)	(15.94)	(13.39)	(6.07)
クラス 9	36.22	24.77	5.55	54.32	38.92	6.76
	(23.84)	(22.70)	(8.56)	(16.73)	(15.00)	(5.66)
クラス 10	51.10	30.34	7.31	54.37	37.85	7.77
	(44.14)	(24.99)	(12.23)	(18.40)	(16.47)	(6.14)
全体	24.78	16.43	5.10	47.36	44.92	7.72
	(24.04)	(15.32)	(8.07)	(15.26)	(12.78)	(5.96)

（注）$\hat{d}_j$, $\hat{\pi}_j$ は状態 j 時の平均持続期間，定常確率推定値を階級ごとに算術平均したものである。また，括弧内の数値は各階級における $\hat{d}_j$, $\hat{\pi}_j$ の横断面標準偏差である。なお，両者の単位はそれぞれ取引日，% である。

では 51 日近くも持続することがわかる。MV（HV）状態でも，クラス 1 では 8（4）日ほどしか持続しないものの，クラス 10 では約 30（7）日と持続期間が長期化する。また，すべての階級で，ボラティリティが低い状態ほど持続期間が長い（$\hat{d}_1 > \hat{d}_2 > \hat{d}_3$）ことが確認できる。以上の結果から，銘柄規模と持続期間の間には正の比例関係があると推察できる。

最後に，定常確率について考察する。表 4 の第 5 列から第 7 列は，分析対象銘柄の個別対数株価を PAM_3 に適用した結果得られた定常確率を，階級ごとに算術平均したものである。各状態の定常確率の全体平均値から，分析対象銘柄が LV・MV・HV 状態に滞留する平均的な確率は，それぞれ 47.36，44.92，7.72% であることがわかる。この結果から，分析対象銘柄は低・中ボラティリティ状態に所属する割合が大半であり，その確率も同程度であることが確認できる。また，階級ごとに定常確率を比較した結果，大半の階級の定常確率は全体平均値と大きく異ならないことが明らかとなった。したがって，本研究の分析対象銘柄では時価総額と定常確率の間に何らかの関係性を見出すことはできなかった[22)]。

4.4.2　調整係数・情報効率性

次に，株式価格に内在する各状態の調整係数 g_j と，その関数として定義される情報効率性 λ_j について考察する。**表 5** の第 2 列から第 4 列は，分析対象銘柄の個別対数株価を PAM_3 に適用した結果得られた調整係数推定値を，階級ごとに算術平均したものである。表 5 より，g_1，g_2，g_3 の全体平均値はそれぞれ 0.92，1.00，1.02 であること，帰無仮説 H_0:g_1=1，H_0:g_3=1 が棄却されたことから，LV（HV）状態では統計的に有意な過小（過剰）調整が発生していることがわかる。また，すべての階級で $\hat{g}_1 < \hat{g}_2 < \hat{g}_3$ となることも確認された。この結果は，ボラティリティがより高い状態ほど，調整速度は上昇

表５　調整係数・情報効率性の推定結果

階級	$\hat{g}_1$	$\hat{g}_2$	$\hat{g}_3$	$\hat{\lambda}_1$	$\hat{\lambda}_2$	$\hat{\lambda}_3$	$\hat{\lambda}$
クラス 1	*0.94*	*1.05*	*1.06*	81.76	92.62	86.07	87.93
	(0.09)	(0.04)	(0.07)	(18.11)	(11.12)	(13.08)	(8.45)
クラス 2	*0.91*	1.01	*1.03*	80.96	93.94	88.65	88.35
	(0.11)	(0.05)	(0.15)	(19.33)	(4.73)	(12.54)	(9.04)
クラス 3	0.97	1.00	1.02	84.99	94.74	89.55	90.21
	(0.07)	(0.04)	(0.06)	(19.33)	(4.41)	(9.56)	(9.99)
クラス 4	*0.89*	*0.99*	1.01	81.17	94.18	91.07	88.51
	(0.08)	(0.04)	(0.06)	(24.34)	(5.72)	(10.66)	(12.61)
クラス 5	*0.91*	*0.97*	1.01	82.40	94.07	91.22	89.23
	(0.08)	(0.04)	(0.07)	(23.83)	(6.47)	(9.97)	(13.09)
クラス 6	*0.92*	*0.98*	0.99	85.85	94.27	90.42	90.93
	(0.06)	(0.04)	(0.07)	(22.31)	(6.05)	(10.01)	(11.25)
クラス 7	*0.91*	*0.99*	1.01	84.73	94.33	87.53	90.05
	(0.06)	(0.04)	(0.07)	(22.91)	(6.20)	(18.11)	(13.20)
クラス 8	*0.89*	0.99	1.00	83.73	92.98	89.04	89.33
	(0.06)	(0.04)	(0.07)	(25.81)	(10.82)	(16.64)	(14.82)
クラス 9	*0.96*	*1.02*	*1.02*	91.61	94.05	90.57	93.37
	(0.05)	(0.04)	(0.07)	(15.83)	(5.52)	(12.46)	(9.18)
クラス 10	*0.91*	1.01	*1.04*	87.64	91.84	86.76	90.54
	(0.07)	(0.05)	(0.08)	(21.87)	(11.46)	(17.45)	(13.23)
全体	*0.92*	1.00	*1.02*	84.96	93.69	89.22	90.08
	(0.07)	(0.04)	(0.07)	(22.07)	(7.77)	(13.81)	(12.10)

（注１）$\hat{g}_j$ は状態 j 時の調整係数推定値を階級ごとに算術平均したものである。また，イタリック体で記載されている $\hat{g}_j$ は，t 統計量 $\sqrt{N_c}[E(\hat{g}_j^c)-1]/SE(\hat{g}_j^c)$ が，帰無仮説 H_0 ： $\hat{g}_j=1$ を有意水準 5%（5 パーセンタイルは± 1.96）で棄却されたことを意味する。ここで，N_c は階級 c に所属する銘柄数，$E(\hat{g}_j^c)$，$SE(\hat{g}_j^c)$ は階級 c における $\hat{g}_j$ の横断面平均値，標準偏差をそれぞれ意味する。なお，括弧内の数値は $\hat{g}_j$ の標準誤差を階級ごとに算術平均したものである。

（注２）$\hat{\lambda}_j$ は状態 j 時の情報効率性推定値を階級ごとに算術平均したものである。一方，$\hat{\lambda}$ は定常効率性推定値を階級ごとに算術平均したものである。また，括弧内の数値は各階級における $\hat{\lambda}_j$，$\hat{\lambda}$ の横断面標準偏差である。なお，両者の単位はどちらも % である。

する傾向が強いことを示唆している。

さらに，階級ごとに調整係数を比較した結果，LV 状態ではすべての階級で調整係数が 1 を下回ること，クラス 3 を除くすべての階級で帰無仮説が棄却されること，が確認された。この結果は，LV 状態では株式価格は十分に調整されない傾向が強いことを意味している。一方, MV 状態では, 小（大）型株が所属するクラス 1･2（9･10）で調整係数は 1 を上回るが, クラス 3 から 8 では 1 を下回る。なお, クラス 1・9（4・5・6・7）で統計的に有意な過剰（過小）反応が観察されたが，それ以外の階級では帰無仮説 H_0:g_2=1 は棄却されなかった。HV 状態では, より顕著に過剰調整が発生する。具体的には, クラス 6 を除くすべての階級で調整係数が 1 を上回り，MV 状態で過剰調整が発生したクラス 1・2・9･10 では帰無仮説 H_0:g_3=1 は棄却された。以上の分析から，MV･HV 状態では小型株･大型株でオーバー・シューティングが発生しやすいと判断できる [23)]。

次に，情報効率性について考察する。表 5 の第 5 列から第 7 列に記載されている $\hat{\lambda}_1$，$\hat{\lambda}_2$，$\hat{\lambda}_3$ は，それぞれ LV・MV・HV 状態における情報効率性である。全体平均における当該値を確認すると，それぞれ 84.96，93.69，89.22% であることから，情報効率性は MV 状態でもっとも高まり，LV 状態でもっとも低下することがわかる。階級別にみても，クラス 9・10 を除くすべての階級で $\hat{\lambda}_1 < \hat{\lambda}_3 < \hat{\lambda}_2$ となることから，この結果は頑健的な結果といえる [24)]。

階級別に分析すると，LV 状態ではクラス 9 を除くすべての階級で情報効率性は 90% を下回るが,

MV 状態ではすべての階級で 90% を上回る。一方，HV 状態ではクラス 4・5・6・9 で情報効率性は 90% を上回るが，それ以外の階級では 90% を下回る。この結果から，LV・MV 状態では規模による効率性の違いはさほどみられないものの，HV 状態では小型株・大型株で効率性が低下することがわかる。さらに，表 5 の第 8 列に記載されている定常効率性 $\hat{\lambda}$ では，クラス 3・6・7・9・10 の定常効率性が 90% を上回っていることから，さほど明瞭ではないものの，時価総額が大きくなるほど定常効率性は高まる傾向があると考えられる [25)]。

以上の分析結果から，ボラティリティが低水準もしくは高水準状態になると，中水準時より情報効率性が低下することが明らかとなった。この結果は，ボラティリティが低水準で留まっていると調整の遅れにより効率性が低下するが，ボラティリティが高すぎても流動性取引などを要因としたオーバーシュートにより効率性が低下することを示唆している。つまり，情報効率性を高い水準で維持するためには，ボラティリティを一定の水準に保つ必要があると考えられる。

4.4.3　ボラティリティ

最後に，株式価格に内在する攪乱項 u_t，e_t のボラティリティ σ，ω の推定結果について考察する。**表 6** の第 2 列は，分析対象銘柄の個別対数株価を PAM_3 に適用した結果得られたマイクロストラクチャー・ノイズ u_t のボラティリティ推定値 $\hat{\sigma}$ を，階級ごとに算術平均したものである。LV 状態におけるファンダメンタル・ノイズ e_t のボラティリティ推定値 $\hat{\omega}_1$ の全体平均値が 1.17% であるのに対し，$\hat{\sigma}$ の全体平均値は 0.18% であることから，e_t と比較して u_t の変動幅は小さいことがわかる。さらに階級ごとに $\hat{\sigma}$ を比較すると，時価総額が小さな階級ほど $\hat{\sigma}$ は大きいことが確認できる。実際，小型株が

表 6　ボラティリティの推定結果

階級	$\hat{\sigma}$	$\hat{\omega}_1$	$\hat{\omega}_2$	$\hat{\omega}_3$	$\hat{\omega}(1)$	$\hat{\omega}(2)$	$\hat{\omega}(3)$
クラス 1	0.35	1.25	1.92	7.45	1.25	3.17	10.62
	(0.07)	(0.11)	(0.21)	(1.07)	(0.46)	(0.87)	(3.14)
クラス 2	0.30	0.98	1.62	6.02	0.98	2.60	8.62
	(0.10)	(0.09)	(0.17)	(1.22)	(0.45)	(1.11)	(3.31)
クラス 3	0.21	1.04	1.42	5.37	1.04	2.46	7.83
	(0.05)	(0.07)	(0.14)	(0.87)	(0.43)	(0.88)	(3.32)
クラス 4	0.21	1.07	1.27	4.92	1.07	2.34	7.25
	(0.05)	(0.09)	(0.15)	(0.85)	(0.44)	(0.88)	(3.18)
クラス 5	0.18	1.00	1.22	4.32	1.00	2.22	6.55
	(0.04)	(0.08)	(0.15)	(0.84)	(0.43)	(0.80)	(3.21)
クラス 6	0.15	1.09	1.19	4.55	1.09	2.29	6.83
	(0.04)	(0.08)	(0.15)	(0.92)	(0.43)	(0.72)	(3.49)
クラス 7	0.17	1.20	1.17	3.95	1.20	2.37	6.32
	(0.03)	(0.09)	(0.16)	(0.95)	(0.45)	(0.77)	(3.23)
クラス 8	0.19	1.25	1.09	3.33	1.25	2.35	5.68
	(0.04)	(0.10)	(0.17)	(0.78)	(0.46)	(0.81)	(2.29)
クラス 9	0.10	1.36	1.03	3.01	1.36	2.39	5.40
	(0.03)	(0.08)	(0.16)	(0.78)	(0.39)	(0.68)	(2.15)
クラス 10	0.16	1.31	1.01	2.43	1.31	2.32	4.75
	(0.07)	(0.09)	(0.18)	(0.68)	(0.36)	(0.65)	(2.11)
全体	0.18	1.17	1.23	4.19	1.17	2.40	6.59
	(0.05)	(0.09)	(0.16)	(0.87)	(0.44)	(0.83)	(3.23)

（注 1）$\hat{\sigma}$，$\hat{\omega}_j$ は攪乱項 u_t，e_t のボラティリティ推定値を階級ごとに算術平均したものである。また，括弧内の数値は $\hat{\sigma}$，$\hat{\omega}_j$ の標準誤差を階級ごとに算術平均したものである。なお，両者の単位はどちらも % である。

（注 2）$\hat{\omega}(j)$ は，計算式 $\hat{\omega}(j) = \sum_{k=1}^{j} \hat{\omega}_k$ によって得られた状態 j 時のファンダメンタル・ノイズ e_t のボラティリティ推定値を階級ごとに算術平均したものである。また，括弧内の数値は各階級における $\hat{\omega}(j)$ 横断面標準偏差である。なお，単位は % である。

所属するクラス 1・2 の $\hat{\sigma}$ はそれぞれ 0.35，0.30% だが，クラス 9・10 では 0.10，0.16% と，その大きさは半分以下に縮小する[26)]。

なお，Shleifer and Vishny（1997）は「ファンダメンタルズがわかっている合理的投資家が裁定取引を行ったとしても，ノイズトレーダー・リスクが大きい場合，裁定取引によって価格をファンダメンタルズにもどすことは容易ではない」と述べているが，本稿の分析によって明らかとなったマイクロストラクチャー・ノイズが大きい小型株において価格調整が完全調整から乖離している現象は，Shleifer and Vishny（1997）の指摘と本質的には同一の内容を示唆していると考えられる。

次に，ファンダメンタル・ノイズ e_t のボラティリティ推定値 $\hat{\omega}$ について考察する。表 6 の第 3 列から第 5 列は，分析対象銘柄の個別対数株価を PAM_3 に適用して得られた u_t を特徴づける ω_1，ω_2，ω_3 の推定値を，第 6 列から第 8 列は，$\hat{\omega}_1$，$\hat{\omega}_2$，$\hat{\omega}_3$ を元に計算された LV・MV・HV 状態時のボラティリティ推定値 $\hat{\omega}(1)$，$\hat{\omega}(2)$，$\hat{\omega}(3)$ を，それぞれ階級ごとに算術平均したものである。

まず，$\hat{\omega}(1)$ を階級ごとに比較すると，クラス 2・5・10 を除くすべての階級で時価総額が大きくなるほどボラティリティは上昇することがわかる。実際，クラス 2 では $\hat{\omega}(1)$ は 0.98% 程度であるが，クラス 9 では 1.36% に上昇する。一方，$\hat{\omega}(2)$，$\hat{\omega}(3)$ を階級ごとに比較すると，大半の階級で時価総額が大きくなるほどボラティリティは低下することが確認できる。実際，$\hat{\omega}(3)$ はクラス 1 では 10.62% もあるが，クラス 10 では 4.75% と半分以下に縮小する。以上の分析から，時価総額が大きな階級ほど，LV 状態ではファンダメンタル・ノイズのボラティリティは上昇するものの，MV・HV 状態では低下することが明らかとなった[27)]。

5　結　　論

本稿では，資産価格の情報に対する調整過程や効率性の度合いを分析するうえで重要な役割を果たしている価格調整モデルを，レジームと呼ばれる観測不可能な状態にしたがって調整係数やボラティリティが推移する枠組みへ拡張を行った。本稿で提案された手法により，経済政策や取引制度の変更などといった外部環境変化や，決算報告・プレスリリースといった銘柄固有の情報開示に伴う調整速度やボラティリティの差異を検証できるだけでなく，各調整過程の推移確率や持続期間，効率性の測定が可能となった。

本分析手法を東京証券取引所上場銘柄に適用した結果，従来の手法では確認できなかった幾つかの知見を得た。まず，状態数が 1 から 4 のマルコフ転換モデル・価格調整モデルを分析対象銘柄に適用したところ，どちらのモデルでも 3 状態が最適な状態数としてもっとも多く選択される結果となった。さらに，時価総額を基準に分類を行った結果，時価総額が大きな銘柄ほど状態数の少ないモデルが選択されやすいことが確認された。そこで，状態 1・2・3 をそれぞれ低・中・高ボラティリティ状態と捉え，調整速度と時価総額･ボラティリティの関係について分析を行った。分析の結果，ボラティリティが低水準時は調整に遅れが生じる一方，高水準時は過剰調整される傾向があること，この傾向は時価総額が小さな階級でより強く発生すること，が明らかとなった。Damodaran（1993）や Theobald and Yallup（2004）といった先行研究でも時価総額が小さな銘柄で調整に遅れが生じることは指摘されていたが，高ボラティリティ状態で過剰調整が発生することは報告されていなかった。したがって，この結果は調整過程に複数のレジームを導入することで明らかとなった現象といえる。また，各状態における情報効率性について分析を行った結果，ボラティリティの水準が中程度の時がもっとも効率性が高いことが判明した。この結果は，情報効率性を高い水準で維持するには，ボラティリティを適

度な水準に保つ必要があることを示唆している。一方，本稿で解決できなかった課題が残されていることも事実である。分析の結果，特に時価総額が小さな銘柄においてボラティリティが低（高）水準時は過小（過剰）反応が発生することが確認されたが，この現象が市場参加者のどのような投資行動によって引き起こされているのか，もしくは，どのような市場制度が原因となっているか，特定することはできなかった。そのため，当該現象と類似した現象を報告している研究を精査し，本研究との関係を検証する必要がある。また，本稿ではファンダメンタル・ノイズのボラティリティは状態に応じて変化するものの，各状態内では一定と仮定していた。しかし，ファンダメンタル・ノイズが状態内で系列相関したり，ボラティリティが不均一となる可能性は十分考えられる。そのため，今後はファンダメンタル・ノイズに確率ボラティリティ過程などを導入するといった可能性が残されている。しかし，そのような複雑なモデルの開発は，粒子フィルタやモンテカルロ EM アルゴリズムなどといった近年開発された手法の導入が必要不可欠となるため，今後の課題としたい。

【付記】

本稿の執筆にあたり，本誌前編集委員長の手嶋宣之先生，現編集委員長の内田交謹先生，2 名の匿名レフェリーの方々より数多くの有益なコメントを頂きました。ここに記して感謝申し上げます。もちろん，本稿中にありうべき誤りはすべて筆者に帰するものです。なお，本研究は JSPS 科研費 JP18K01550 の助成を受けたものです。

【注】

1）　例えば，新株発行，自社株買い，株式分割等に関するプレスリリースや，証券アナリストによる売買推奨情報などが該当する。

2）　特定の投資家を指すものではないが，金融機関やヘッジファンドなどに勤務して取引を行う機関投資家を合理的，情 報の少ない個人投資家を非合理的と想定している。

3）　de Long *et al*.（1990）は，モメンタム取引を行う非合理的投資家が市場に参加している場合，裁定取引を行う合理的投資家は投資対象株式のファンダメンタルズを反映した価格まで買い（売り）進むだけでなく，非合理的投資家のモメンタム取引も考慮して，ファンダメンタルズからするとやや割高（割安）な水準まで買い（売り）進み，最後に非合理的投資家に売却（から購入）することが最適な投資行動となることを理論的に導いている。

4）　Damodaran（1993）は，自身が開発した調整係数推定量は分散均一性の仮定の下で成立する推定量であるとし，分散不均一性や系列相関が発生する場合，推定結果に偏りが生じる可能性を指摘している。

5）　式(1)は式(3)のように変形できるが，式(3)が定常過程に従うためには $-1<1-g<1$ を満たす必要がある。この不等式から $0<g<2$ が導出される。

6）　自身は株式に対する情報を持っていると信じているが，実際は持っていない投資家を指す。

7）　証券取引所を介した株取引では株価に応じて呼値単位が定められており，この単位より細かい価格指定はできないよう規制されている。例えば，呼値単位が100円の価格帯では，52,000円の次は52,100円となり，52,050円などで取引することはできない。詳細はHarris（1990）などを参照。

8）　なお，$g^{(1)}=g, g^{(K)}=1$と仮定されている点に注意されたい。

9）　Damodaran（1993），Brisley and Theobald（1996）は，完全調整期間を20取引日と設定して推定量を計算している。しかし，完全調整期間として20取引日が適切である根拠は示されていない。

10）　Theobald and Yallup（1998）が“期待収益率mを捨象しても価格調整過程の分析にほとんど影響はない。”と指摘していること，千葉（2014）が期待収益率mを推定したところ，“大半の銘柄で統計的に有意な結果が得られなかった。”と報告していることから，本モデルでは期待収益率mは捨象することとした。

11）　詳細は Frühwirth-Schnatter （2006） の第 13 章を参照。

12）　濾波アルゴリズムでは，1期からt期までの観測値 $y_{1:t}=(y_1, y_2, ..., y_t)$ を用いて，x_tの期待値$x_{t|t}=E(x_t|y_{1:t})$ や分散 $P_{t|t}=E[(x_t-x_{t|t})^2|y_{1:t}]$，$s_t$が状態$j$になる確率$\Pr(s_t=j|_{y1:t})$ を計算する。一方，平滑化アルゴリズムでは最終期のT期までの観測値$y_{1:T}=(y_1, y_2, ..., y_T)$ を元に，$x_{t|T}=E(x_t|y_{1:T})$，$P_{t|T}=E[(x_t-x_{t|T})^2|y_{1:T}]$，$Pr(s_t=j|y_{1:T})$を計算する。濾

波・平滑化アルゴリズムの詳細については，Kim（1994）もしくは日本経営財務研究学会 Web-site に公開される補論を参照。

13） 詳細は沖本（2014）を参照。

14） 1 状態の価格調整モデルは，第2節で解説した価格調整モデルそのものなので，通常のカルマンフィルタ・スムーザを適用することでファンダメンタルズや未知パラメータを推定できる。また，1 状態のマルコフ転換回帰モデル・価格調整モデルのMSCは，$M = 1$, $\hat{\rho}_1 = T$ とすることでそれぞれ計算できる。

15） 本研究では，株式会社金融データソリューションズが提供している「銘柄属性データベース」内の項目 （「合併予定フラグ」）を用いて当該条件を識別している。なお，当該項目は各証券取引所が提供している「所報サービス」をデータソースとしており，「被（三角）合併」・「被（三角）株式交換」・「被（三角）株式移転」に関する情報を公表した銘柄では 1，それ以外の銘柄では 0 と表示される。

16） Damodaran（1993）は，NYSE に上場している1,453社を分析対象に，1977年1月1日から1986年12月31日の日次収益率を用いて調整係数を推定している。Theobald and Yallup（2004）もDamodaran（1993）と同程度の銘柄数（1,483社），期間（1987年1月2日から1994年12月30日）で分析を行っている。

17） ここでの分析方法はTheobald and Yallup（2004）を参考にしている。なお，個別銘柄の収益率の分析結果は著者に連絡することで入手できる。

18） 紙幅の都合上，マルコフ転換モデルの推定結果については割愛する。なお，パラメータ推定値や MSC の計算結果は， 著者に連絡することで入手できる。

19） 前節の分析において，幾つかの銘柄で状態数が1，2，4の価格調整モデルが最適なモデルとして選択されていたことから，PAM_3以外のモデルの推定結果を確認することは，PAM_3の分析結果の頑健性を確認するうえで意義がある。そこで，本研究では分析対象銘柄の対数株価を状態数が1，2，4の価格調整モデルにも適用し，比較検討を行った。さらに，先行研究との整合性を検証するため，分析対象銘柄の対数収益率をARMA（1,1）モデル（14）に適用し，推定結果を確認した。ちなみに，比較モデルとして（14）を選択した理由は, Theobald and Yallup（2004）において実施されたモンテカルロ実験から価格調整推定量$\hat{g}_A$の精度が従来の推定量より高いことが確認されていたためである。なお，これらの推定結果は Web補論に記載している。

20） なお，時価総額による分類基準は，第 4.2 節で採用した基準と同一である。

21） 分析対象銘柄の個別対数株価を状態が2つの価格調整モデル（PAM_2）に適用した結果，以下の結果を得た。（i）全階級で$\hat{p}_{11} > \hat{p}_{22}$，$\hat{p}_{12} < \hat{p}_{21}$が成立する。（ii）時価総額が大きな階級ほど$\hat{p}_{11}$，$\hat{p}_{22}$は高い。一方，状態が 4 つの価格調整モデル （$PAM_4$）では以下の結果を得た。（i）全階級で$\hat{p}_{11} > \hat{p}_{22} > \hat{p}_{33} > \hat{p}_{44}$が成立する。（ii）時価総額が大きな階級ほど，同一状態への推移確率$\hat{p}_{11}$，$\hat{p}_{22}$，$\hat{p}_{33}$，$\hat{p}_{44}$は上昇する。（iii）「隣接状態への推移確率」は「非隣接状態への推移確率」より大きい。

22） PAM_2・PAM_4どちらにおいても，（i）ボラティリティがより低い状態ほど平均持続期間は長くなる，（ii）時価総額が大きな階級ほど平均持続期間は長くなる，傾向があることが確認された。一方，どちらのモデルでも各階級の定常確率は全体平均値と似通った値を示すことから，時価総額と定常確率の間に何らかの関係性を見出すことはできなかった。

23） 分析対象銘柄の個別対数収益率をARMAモデル（14）に適用した結果，以下の結果を得た。（i）全体平均値は0.95と完全調整の 1 を下回るものの，帰無仮説$H_0 : g_A = 1$は棄却されない。（ii）時価総額が小さな階級ほどg_Aは低下する。また，クラス1・2・3・4で帰無仮説$H_0 : g_A = 1$は棄却される。同様に，分析対象銘柄の個別対数株価を状態が 1 つの価格調整モデル（PAM_1）に適用した結果，以下の結果を得た。（i）全体平均値は0.96となり，帰無仮説$H_0 : g = 1$も棄却される。（ii）時価総額が小さな階級ほど $\hat{g}$ は低下するものの，$\hat{g}_A$ほどは低下しない。（iii）クラス 9・10 を除くすべての階級で帰無仮説$H_0 : g = 1$ は棄却される。さらに，分析対象銘柄の個別対数収益率をPAM_2に適用した結果，（i）状態1では，クラス 7 を除くすべての階級で統計的に有意な過小反応が発生する，（ii）状態 2 では，クラス1・2・9・10 で調整係数が 1 を上回り，クラス9・10 では帰無仮説 $H_0 : g_2 = 1$ が棄却される，ことが確認された。一方，PAM_4では，（i）状態 1・2 では，クラス3を除くほぼすべての階級で統計的に有意な過小反応が発生する，（ii）状態 3 では，クラス 1 以外のすべての階級で帰無仮説 $H_0 : g_3 = 1$ は棄却されない，（iii）状態 4 では，クラス 5・6 を除くすべての階級で調整係数が 1 を上回り，クラス 9・10 では帰無仮説 $H_0 : g_4 = 1$ が棄却される，ことが確認された。

24）　PAM_2ではすべての階級で$\lambda_1 < \lambda_2$が，PAM_4ではクラス4・5・8を除くすべての階級で$\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_4 < \lambda_3$が，それぞれ成立する。

25）　分析の結果，PAM_1・PAM_2・PAM_4でも，時価総額が大きな階級ほど定常効率性が高いことが確認された。

26）　分析の結果，PAM_1・PAM_2・PAM_4でも，時価総額が小さな階級ほどσは大きいことが確認された。

27）　PAM2・PAM4 においても類似した傾向があることが確認された。

【引用文献】

Abraham, S., 2013. Testing for over-reaction and under-reaction in Chinese Shanghai composite index constituent stocks and Australian resource stocks. International Journal of Economics and Finance 5, 51–57.

Amihud, Y., Mendelson, H., 1987. Trading mechanisms and stock returns: an empirical investigation. Journal of Finance 42, 533–553.

Ang, A., Bekaert, G., 2002. International asset allocation with regime shifts. Review of Financial Studies, 15,1137–1187.

Black, F., 1986. Noise. Journal of Finance 41, 529–543.

Brisley, N., Theobald, M., 1996. A simple measure of price adjustment coefficients: a correction. Journal of Finance 51, 381–382.

Cho, C., White, H., 2007. Testing for regime switching. Econometrica 75, 1671–1720.

Clark, P., 1973. A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices. Econometrica 41, 135–155.

Damodaran, A., 1993. A simple measure of price adjustment coefficients. Journal of Finance 48, 387–400.

Daniel, K., Hirshleifer, D., Subrahmanyam, A., 1998. Investor psychology and security market under- and overreactions. Journal of Finance 53, 1839–1885.

de Long, B., Shleifer, A., Summers, L., Waldmann, R., 1990. Positive feedback investment strategies and destabilizing rational speculation. Journal of Finance 45, 379-395.

Engle, R., Susmel, R., 1993. Common volatility in international equity markets. Journal of Business and Economic Statistics 11, 167–176.

Fama, E., 1998. Market efficiency, long-term returns, and behavioral finance. Journal of Financial Economics 49, 283–306.

Frühwirth-Schnatter, S., 2006. Finite Mixture and Markov Switching Models （2nd ed.）. Springer.

Guidolin, M., Timmermann, A., 2006. An econometric model of nonlinear dynamics in the joint distribution of stock and bond returns. Journal of Applied Econometrics 21, 1–22.

Hamilton, J., 1989. A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. Econometrica 57, 357–384.

Hansen, B., 1992. The likelihood ratio test under nonstandard conditions: testing the markov switching model of GNP. Journal of Applied Econometrics 7, S61–S82.

Harris, L., 1990. Estimation of stock price variances and serial covariances from discrete observations. Journal of Financial and Quantitative Analysis 25, 291–306.

Jiang, J., 2009. The dynamics of market efficiency. Job Market Paper, State University of New York at Buffalo.

Kasahara, H., Okimoto, T., Shimotsu, K., 2014. Modified likelihood ratio test for regime switching. Japanese Economic Review 65, 25–41.

Kim, C., 1994. Dynamic linear models with markov-switching. Journal of Econometrics 60, 1–22.

Kim, C., Nelson, C., Startz, R., 1998. Testing for mean reversion in heteroskedastic data based on Gibbs- sampling-augmented randomization. Journal of Empirical Finance 5, 131–154.

Lo, A., MacKinlay, C., 1990. An econometric analysis of nonsynchronous trading. Journal of Econometrics 45, 181–211.

Shiller, R., 1981. Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends? American Economic Review 71, 421–436.

Shleifer, A., Vishny, R., 1997. The limits of arbitrage. Journal of Finance 52, 35–55.

Smith, A., Naik, P., Tsai, C., 2006. Markov-switching model selection using Kullback-Leibler divergence. Journal of Econometrics 134, 553–577.

Theobald, M., Yallup, P., 1998. Measuring cash-futures temporal effects in the UK using partial adjustment factors. Journal of

Banking and Finance 22, 221–243.
Theobald, M., Yallup, P., 2004. Determining security speed of adjustment coefficients. Journal of Financial Markets 7, 75–96.
Turner, C., Startz, R., Nelson, C., 1989. A markov model of heteroskedasticity, risk, and learning in the stock market. Journal of Financial Economics 25, 3–22.
宇野淳，1998，「オープニングの価格形成」，大村敬一・川北英隆・宇野淳・俊野雅司『株式市場のマイクロストラクチャー　株価形成メカニズムの経済分析』，109–133 頁，日本経済新聞社。
沖本竜義，2010，『経済・ファイナンスデータの計量時系列分析』，朝倉書店。
沖本竜義，2014，「マルコフスイッチングモデルのマクロ経済・ファイナンスへの応用」，『日本統計学会誌』44，137–157 頁。
千葉賢，2014，「状態空間形式による価格調整モデルの推定手法の提案」，『福井工業大学研究紀要』 44，413–424 頁。