| | |
|---|---|
| ID | JJF00242 |


| | |
|---|---|
| 論文名 | 確信と流動性の価値 |
| | Confidence and the value of liquidity |
| 著者名 | 久保俊郎 |
| | Toshiro Kubo |
| ページ | 88-100 |


| | |
|---|---|
| 雑誌名 | 経営財務研究 |
| | Japan Journal of Finance |
| 発行巻号 | 第25巻第2号 |
| | Vol.25 / No. 2 |
| 発行年月 | 2006年6月 |
| | Jun. 2006 |
| 発行者 | 日本経営財務研究学会 |
| | Japan Finance Association |
| ISSN | 2186-3792 |

■論　文

# 確信と流動性の価値

久保　俊郎
（亜細亜大学）

要　旨

先行きに確信がないとき，経済主体は流動性を保有すると言われる。このことを簡単なモデルを使って証明する。本モデルの特徴は，オプションとして流動性を表現していること，市場の不完全性を明示的に考慮していること，確信の概念をモデル化していることである。

キーワード：流動性，市場の不完全性，プット・オプション，曖昧な信念，確信

## 1　はじめに

ファイナンス論のみならず会計学や経済学においても流動性の概念は重要なものと考えるが，一方従来の理論モデルでは上手く取り扱えないものとしても知られている。流動性の考慮がファイナンス理論のミッシング・リンクと思われる例は数多いが，例えば従来の資産評価モデルにかかわる理論と実証の乖離としてのエクイティ (equity)・プレミアム・パズルや無リスク利率パズルなどもその一つであるという指摘がある。前者は，従来の資産評価理論から計算する株式のプレミアムは実際よりかなり大きいという多くの実証結果にかかわる問題である。ポートフォリオ理論でもそうであるが，主体は資金をすべて資産につぎ込んでしまう。しかし実際の主体はそうではない。逆に言うと主体は少なからず現金を保有している。これがこのパズルの原因であるというのである[1]。

では収益を生む資産があるにもかかわらず，人々はなぜ現金を保有するのか。これにかかわりRichardson(1990) に次のような記述がある。「ケインズは，『われわれの将来についての知識は，移ろいやすく，曖昧で，そして不確実である』という事実に多くの注意を払い，そしていかに『富の保存として貨幣を保有する欲求が，将来にかかわるわれわれの計算と便法を信用できない程度を測るものさしである』か，を示して見せた。」[2] 流動性とは資産の特性で現金化のし易さであり，現金は定義上流動性そのものである。現金それ自体は何らの収益ももたらさないが経済主体は，それを保有している。現金には直接的収益以外の価値があるのである。この価値の源泉は何か。これが解明できれば，一般の資産の流動性プレミアム (liquidity premium) も解明することができるはずである。先ほどの引用は，その流動性の価値が「将来にかかわる計算と便法を信用できない程度」に関係しているケインズの考え方を要約したものである。これを簡単なモデルで説明したいというのが本稿の目的である。

この方向でのモデル化がこれまでもなかったということではない。例えばJones & Ostroy(1984) がある。彼らのモデルの問題点を含めてやや広くまず流動性の需要モデルについて文献展望をおこなっている。(2節) 彼らのモデルとのかかわりで本稿のモデルの特徴を説明すると次の通りになる。まず彼らのモデルは動的計画法で定式化されているが，本稿は「オプション的な」定式化をおこなっている。た

だし，外生的な不確実性にかかわる資産価値上のオプションではなく，主体の不明確な評価基準に起因した資産の評価の不確実性にかかわるオプションである。本質的にはこの二つの定式化は同じであるが，ここでのオプション的な定式化はより直接的で簡単であるという利点がある。前述したように，流動性は現金化のし易さ，言い換えると売却のし易さであり，流動性を資産を売却する権利としてのプット・オプションとして定式化するのはごく自然である。次に彼らのモデルでは資産の売却のし易さを資産の換金費用（liquidation cost）によって定量化し，それを外生的に与えているが，本稿では資本市場の不完全性との関係から内生的に導出した。市場が完全であれば流動性に価値はない。本モデルは市場の不完全性との関係で，流動性の価値を取り扱うことができる。(3 節 ) 最後に主体の評価基準の不確実性であるが，彼らのモデルはそれを事後的情報取得との関係で定式化し，情報による価値見直しの大きさを確信 (confidence) と結び付けて特徴付けているが，論理的根拠に欠ける。本稿ではナイト的不確実性モデルを確信という主観的パラメータに依存した形に変形し，それを流動性の評価モデルに組み込んでいる。(4 節 ) 以上の特徴を持つモデルを分析し，将来について主体の確信がないほど，また確信がない状況で弱気であるほど，現金を保有することを示すことができたのではないかと考える。(5 節 ) 最後の 6 節はまとめである。

## 2　流動性の需要モデルについての文献展望

流動性の需要モデルとして 1970 年代半ばから 80 年代半ばにかけて発表された次の 2 つのモデルを出発点にするのが，後の展開を考える上でも妥当であると考える。一つは Goldman(1974) の「柔軟性と貨幣への需要」で，今ひとつは，Jones & Ostroy(1984) の「柔軟性と不確実性」である。論文のタイトルから分かるように，いずれもより一般的な柔軟性モデルの特殊例として流動性を取り扱っていることにまず注意しておく。それぞれ論文を簡単に説明すると次のようになる。

＊　Goldman モデル

現時点の所得で一部利息を生み出す債券を購入する。債券は 2 時点に満期を迎え，それからの所得は確実で 2 時点の消費に充てられる。債券を買った残りの所得は 1 期の消費に充てられる。主体の時間選好率が明確であれば単純な確実性下の消費・貯蓄問題であるが，主体の時間選好率が現時

1　従来の資産評価モデルの問題点と流動性との関係を説明したものとして Lengwiler(2005) のエピローグがわかり易い。

2　同書 p170。訳中の二重括弧は，ケインズの原文。以下に Richardson の原文を掲げる。
'Keynes gave very full attention to the fact that 'our knowledge of the future is fluctuating, vague and uncerrain' , and showed how 'our desire of hold money as store of wealth is a barometer of the degree of our distrust of our own calculations and conventions concerning the future.
ただここで断っておくべきは，現実の主体が現金を保有するのは主観的な動機からだけではないということである。例えば，取引にかかわる一時的な保有もある。取引費用の節約から貨幣が利用されるという観点からのモデルは古くからあるが，最近のものとして例えば Starr(2002) がある。また，企業ファイナンス論における現金管理 (cash management) モデルも取引との関係での現金保有を説明するモデルである。取引にかかわるこれらの観点からする流動性についての需要は本稿では無視されている。

点では不確実であり1時点の初めに分かると設定されている。1時点に明確になった時間選好率で1時点の消費額を再計算する。現在から繰り越した現金以上に消費することが必要なとき債券を売却することになるが，債券は2時点が満期で1時点に途中換金すると売却額に比例した費用がかかる。主体は現時点で不確実な時間選好率の実現確率を知っており，期待効用の基で評価を行い1時点の状況を織り込んで現時点の現金保有額あるいは債券購入額を決定する。

＊ Jones & Ostroy モデル

現時点と1時点のポジションの選択モデルである。それぞれのポジションは2時点に実現する自然の状態に依存した利得が伴っている。1時点の初めに状態に関連する何らかのシグナルを受けてその実現確率が明確になる。その実現確率の基でポジションの価値を再評価し，ポジションの変更をおこなう可能性がある。ただし，現時点から1時点へポジションの変更をおこなった場合，費用が発生する。現時点において，主体はそれらのシグナルの実現確率のもとで期待効用を最大化するようにポジションの選択をおこなう。ポジションを資産と現金の選択と考え，資産選択の変更費用を資産の換金費用と考えると流動性モデルが得られる。

Goldman は消費・貯蓄モデルであり，Jones & Ostroy は資産選択モデルであるという違いがあるが，共通することが二つある。まず，いずれも伝統的な期待効用モデルではないということである。Goldman モデルでは債券の収益は確実で，主体の時間選好率に不確実性がある。主体の時間選好率は時点間効用関数の時点間消費の限界代替率であるから，主体の効用関数が不確実という事である。Goldman は客観確率をもつ外生的な状態に依存した効用関数と考えているが，効用関数に主観的な不確実性があるモデルは，後に Kreps(1979) によって一般化され，さらに不測の事態 (unforeseen contingency) モデルとして展開されることとなった[3]。

一方 Jones & Ostroy モデルは2時点に実現する自然の状態の実現確率それ自体に不確実性がある。彼らのモデルは，Epstein(1980) らによって研究されていた，いわゆる「不確実性が時間的に解消する」（temporal resolution of uncertainty）モデルと見かけ上同じである。これは不確実性にかかわり期中に何らかの情報が得られるという状況の下で，情報取得の前後に選択が可能なモデルとなっている。情報はあるシグナルによってもたらされ，一つのシグナルは自然の状態についてある実現確率をもたらす。主体はそのシグナルを獲得する確率も知っており，このシグナル獲得後の実現確率とシグナル獲得の確率の組は情報構造（information structure）と呼ばれている。情報構造は期中に取得される情報量の多さ (informativeness) あるいは逆に不確実性の早期解消の程度として測られ，事前の選択に対する効果が研究されていた。これらの文献では情報（構造）は客観的でそれ自身選択すらできるものと解釈されていたが，Jones & Ostroy はこれを主観的なものと解釈し直した。彼らは情報構造を信念構造（belief structure）と呼び代え，さらに情報量の多さを確信という概念として解釈した。事前の実現確率はベイズの法則を使って情報構造から計算されるが，情報量が多いということは事前の確率がシグナルを受け取ることで大きく変化することを意味しており，このことをもって事前の信念に確信がないと解釈したのである。

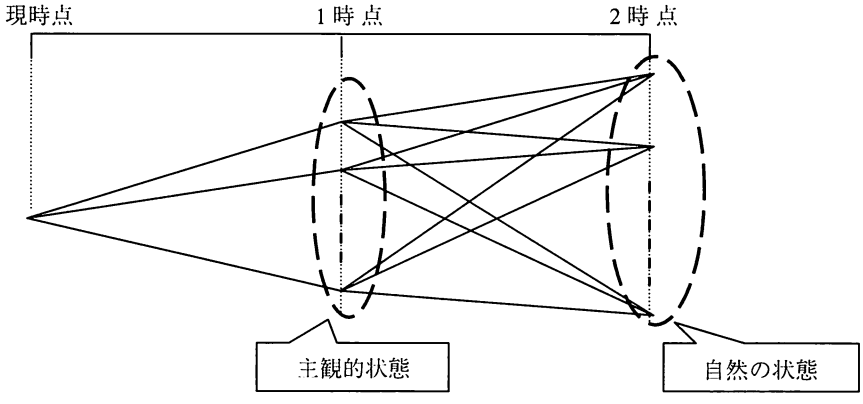
3 不測の事態モデルは，さらに Dekel，Lipman，& Lustichini(2001) らによって展開された。最近の論文として Ozdenoren(2002) がある。

確信との関係で流動性の需要を説明したかった彼らにとって，これは実にうまい思いつきであったが，情報構造から信念構造へのいわば客観から主観への解釈の変更は，不確実性モデルにおける Neumann & Morgenstern と Savage の定式化の違いに対応し，見掛けの同一性とは異なり当時その行動論的な基礎は与えられていなかったといえる。この確率に不確実性があるモデルは，後に Schmeidler(1989) らによってナイト的不確実性モデルとしてより一般的に展開された[4]。

周知のように伝統的な期待効用理論ではモデルは唯一の効用と確率であらわせる。彼らのモデルは効用関数と確率にそれぞれ複数の可能性があり，確率分布が分かっているという設定になっているが，不測の事態モデルもナイト的不確実性モデルもより一般化され定式化された。すなわち評価基準を構成する確率や効用関数に複数の可能性があり，それぞれ主観的状態 (subjective state) に依存したものであるが，その主観的状態の発生確率を唯一に想定できないというものである。主体の評価基準の不確実性を，自然の状態と同様に主観的状態に依存したものとみなせば，二つの不確実性の関係は，図 1 のように書きあらわせる。

確率や効用関数に複数の可能性があるという状況は，その可能性にさらに確率分布を付与できるかどうかは別にして，それぞれのモデルの評価基準にかかわるパラメータが不明確であると考えるともっと具体的に考えることができる。例えば，分布が正規分布としてその標準偏差が明確でないとか，あるいは効用関数では時間割引率が明確でないといったことを想像すればいい。1 時点にそれらのパラメータが明確になれば，それに基づいて期待効用を計算し評価することができる。

図 1




ただ主観的状態の実現確率が明確でないということが流動性の需要モデルにとって本質的であるかというと，そうではないことは注意しておきたい。不測の事態モデルもナイト的不確実性モデルもそれぞれ Goldman モデルや Jones & Ostroy モデルに主観主義的基礎を提供したのであり，確率や効用関数についての不確実性を外生的に与えられたものから主観的なものへ，というのは期待効用理論の展開を考えてもごく自然な拡張であると考えられるが，そのこと自体は彼らの流動性モデルの先にあることであった。

4 「不確実性が時間的に解消する」モデルならびにナイト的不確実性モデルについてのわかり易い解説として，EckhouldGollier&Schlesinger(2005) の該当する章を参照されたい。

さて今ひとつの Goldman と Jones & Ostroy モデルの共通点は，資産の流動性をその換金費用によって特徴付けているところである。Goldman モデルでは本来 2 時点が満期である債券を 1 時点に売却するとすれば，その換金額に応じた費用がかかる。Jones & Ostroy の流動性モデルでは 1 時点に現金を含む保有資産（の種類）の変更に際して費用がかかるという設定になっている。資産の変更は，保有している資産を一旦売却し，別の資産を新たに買う形になっており，保有資産の売却に際して発生する費用，すなわち換金費用が資産の選択変更に際して発生する費用になっている。収益をもたらす資産には多かれ少なかれ換金費用が伴う。現金は収益を生み出さないが換金費用を伴わない資産とみなすことができる。

これらの流動性モデルの全体を以上の共通性を意識して整理すると次のようになる。現時点で自然の状態の発生確率あるいは効用関数が不明確であるが，1 時点でそれが明確になる。明確となった評価基準で資産構成の調整をおこなうが，資産が売却されるとき費用が発生する。主体はそれを考えて現時点での資産評価をおこない選択をおこなう。

## 3　オプションとしての流動性

Goldman ならびに Jones & Ostroy モデルと同様に 3 時点モデルで，現時点において主体は現金と一つの資産のいずれかを選択し，1 時点に選択変更できるモデルを考える[5]。現金は一切収益を生まない。これに対して資産は 1 時点に確実な収益 $r$ を生む，さらに 2 時点に実現する自然の状態に依存して収益を生む。主体は危険中立的でしかも割引しないものとする。評価基準が明確であれば，2 時点の不確実な収益の期待値が現時点における資産評価になる。ただし本モデルには現時点でその 2 時点の不確実な収益にかかわる主体の不明確な評価基準に起因する評価の不確実性がある。現時点では，その不明確な基準のもとで主体は選択をおこなう。1 時点の初めに評価基準が明確になりその資産価値のもとで選択の変更がおこなう。この 1 時点において明確となった基準のもとでの 2 時点の不確実な収益の評価を $g$ であらわすことにする。

現時点 ( ならびに 1 時点の確実な利得支払い後 ) における資産の買い価格と売り価格をそれぞれ $p$, $q$( ならびに $p_1$, $q_1$) とする。1 時点における売買価格は現時点で明らかにされるものとする[6]。これらの価格は不完全市場におけるこの主体が直面する市場価格と考えてもいいし，その資産の取引にかかわる仲介業の提示する価格と考えてもいい。資産の売り価格と買い価格の乖離 ( スプレッド ) の大きさは，取引費用その他資産市場の不完全性を反映させたものである。一般的に $p \geqq q$ であり $p_1 \geqq q_1$ である。

5　複数の資産を考えてもいいが，分析の本質は変わらない。また現金も資産であり，正確に現金は収益を生まない資産と表現すべきであるが，ここでは収益を生む資産を単に資産と呼び，収益を生まない資産を現金と呼んでいる。

6　本稿では，事前に将来の売買の価格，したがってそのスプレッドが決定されているとしているが，現実にはスプレッドは不確実に変動する。スプレッドの不確実性は，いわゆる流動性リスク (liquidity risk) モデルと関係がある。この種のモデルでは，スプレッドを流動性の特性の一つと考え，その変動に対するリスクプレミアムを流動性リスクプレミアムと考える。流動性リスクモデルについては，例えば Acharya & Pedersen(2004) 論文を参照されたい。

さて現時点で資産を購入した場合，1時点の主体の選択問題は，$max\{g, q_1\}$ とあらわせる。ただし記号 $max\{\ ,\ \}$ で括弧 $\{\ ,\ \}$ の中の最大のものをあらわす。$g>q_1$ であれば資産を継続して保有し，$g<q_1$ であれば売却する。主体は現時点で少なくとも資産1単位分の手持ち現金 $p$ を保有しているものとする。任意の手持ち現金を仮定しても，端数単位の取引を仮定できれば分析は同じにできるので，ここではこのように仮定する。現時点において価格 $p$ で資産を購入するとした時の1時点におけるこのポジションの収益は，$R_A(g)=max\{g-p+r, q_1-p+r\}$ とあらわせる。これはさらに次のように変形できる。

$$R_A(g)=g-p+r+max\{q_1-g, 0\} \tag{1}$$

右辺の $g-p+r$ の項は1時点に選択の変更がないとしたときの，したがって継続して2時点まで保有するとしたときのこの資産投資からの正味収益であり，$max\{q_1-g, 0\}$ の項は権利行使価格が1時点の資産の売却価格 $q_1$ のプット・オプションとなっている。この項がこの資産の流動性の価値の源泉である[7]。

ところでもし，$p<q_1+r$ であれば，全ての主体は現時点で資産を買い，1時点に単に転売すれば裁定利益が出てしまう。したがって裁定取引が行きついた状況では $p>q_1+r$ でなければならない。これは $p$ や $q_1$ などの価格を市場価格としてみると不完全性の中でも空売りに制約がある状況であり，仲介業の提示する価格であるとすると前述したように仲介業の費用ならびに利潤を含めた価格設定になっている状況である。図2に，$p>q_1+r$ の場合の資産保有ポジションの利得を図示している。もし1時点に売却がおこなわれれば，売却代金 $(q_1)$ が入るが，実質購入代金 $(p-r)$ の支払いが行われており，この差額の損失 $(p-r-q_1<0)$ が発生する。本モデルではスプレッドに取引手数料や税金その他の取引費用が組み込まれたものと考えているから，この金額を資産の換金費用と考えることができる。

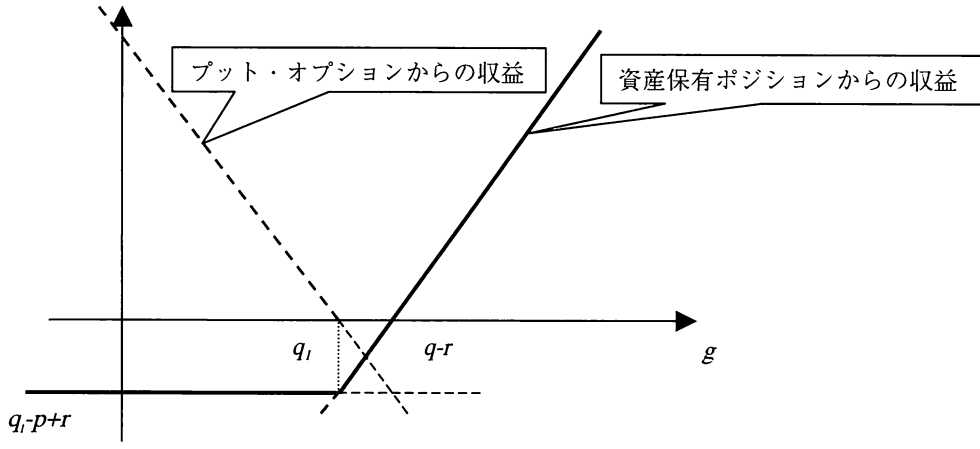
本モデルは市場の不完全性の表現としてのスプレッドの存在と主体と市場との評価の乖離を前提としている。逆に言うと，市場が完全であれば，まずスプレッドは存在しない。すなわち，$p_1=q_1$ である。さらに市場が完全であれば，すべての主体の評価は市場評価に等しく，$g=p_1=q_1$ でなければならない。(1)式から明らかなように，このとき右辺の $max\{q_1-g, 0\}$ の項がゼロとなり流動性の収益は消失する。完全市場のもとでは，資産の流動性の価値は無い。さらに危険中立的で割引もしないと仮定しているから，資産価格は $p=r+g=r+q_1=r+p_1$ となっているはずであり，右辺の $g-p+r$ の項もゼロになるから，結局主体が資産を買うポジションの正味の価値は消失する。

---

7 近年流動性を考慮した資産価格付けモデルとして Holmstrom & Tirole(2001) が注目されているが，そこでは限界流動性サービス (marginal liquidity service) の価値としての資産の流動性プレミアムがプット・オプションとしてあらわされている。彼らのモデルは契約モデルであるが，「はじめに」でも書いたように流動性は資産を売ることにかかわるから，その価値がプット・オプションとしてあらわされるのはごく自然である。

さらにまた Goldman も Jones & Ostroy ももともと柔軟性の特殊例として流動性を取り扱っていた。投資における柔軟性の評価を近年ファイナンス論において実物オプション (real option) でおこなうことが一般的になってきたことを思い起こすと，このオプション的表現は有益であると考える。実物オプション論における柔軟性の評価については，Dixit & Pindyck(1994) ならびに Trigeorgis(1996) を参照されたい。

図2




次に現時点で現金を保有している場合，1時点に資産を購入するかそのまま現金を保有するかの意思決定を考える。そのためにはいくつか前提がいる。$p>p_1$ であれば，現時点から繰り越した現金で資産を購入しさらに残金があるが，その残金をどうするか。外部に運用できるとするのか，端数の資産が買えるとするのか，ということである。一方 $p<p_1$ であれば不足分が発生するが，資金調達をおこなうか，やはり端数の資産が買えるとするのか，ということである。ここでは，$p_1$ は確実な収益 $r$ の支払い後であるから，市場の評価も少なくとも $p>p_1$ と仮定できる。貸付などは考えないとすると，この主体が現時点で現金を保有するポジションの評価は $max\{g+(p-p_1)-p,\ p-p\}=max\{g-p_1,\ 0\}$ と表せる。$g>p_1$ であれば資産を購入し，$g<p_1$ であれば現金保有を継続する。あるいは1時点で同じ資産を任意の単位買えるとすると，$(p_1/p)\,max\{g-p_1,\ 0\}$ と表せる。ここでは前者の前提に従うことにする。すなわち，

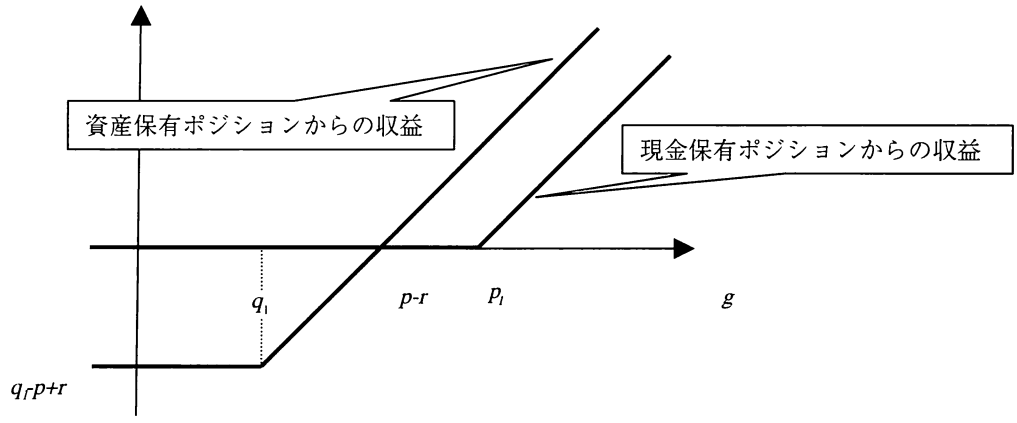
$$R_C(g)=max\{g-p_1,\ 0\} \tag{2}$$

とあらわすことにする。これは資産を買う権利，すなわちコール・オプションとしての表現になっている。もし市場が完全であれば，前述したように $g=p_1$ であり，現金を保有するポジションの価値も消失する。

最後に現金保有と資産保有ポジションのグラフ上の位置関係を考える。$q_1 \leqq q-r \leqq p-r \leqq p_1$ と仮定する。現物に比べて先物のほうが取引に伴う不確実性も多く，また取引を成立させるのに費用がかかると考えられるからである。この仮定の下で図2と現金保有のポジションをあらわす収益図を合わせて描いたものが図3である。

以上は現時点における選択を与えられたものとしての1時点の現金と資産の選択問題の定式化であったが，次に現時点における現金と資産の選択問題を定式化する。不明確な評価基準に確率が割り振られる時は，その確率を用いて各ポジションの期待値を計算し，選択すればいい。例えば確率が明確でないとしても，次節で見るようにある種の期待値によって評価でできる。1時点の明確になった基準による評価 $g$ に関する何らかの期待値を E() であらわすと，現時点における現金と資産を保有するポジション

図 3




の評価はそれぞれ

$$Wc=E(R_C(g))=E(max\{g-p_1,\ 0\}),$$
$$W_A=E(R_A(g))=E(g-p+r)+E(max\{q_1-g,\ 0\})$$

となる。どのような期待値の概念を採用するにしても，最終的に現時点でのポジションの選択問題は，$W=max\{W_c,\ W_A\}$ とあらわせる[8]。

## 4　曖昧な信念と確信の概念

以下では，特に信念が曖昧である場合について，どのような期待値計算ができるのかを検討する。主体は利用できる情報を駆使して，その情報と整合的な確率推定を行うが，関連する情報が乏しい場合，唯一の確率推定ができず，可能性を排除できない確率の集合しかえられない。ある確率推定が一つ決まれば，その確率による期待効用で意思決定できるとすると，結果的に可能な期待効用の集合が与えられることになる。

ベイズ（Bayes）流の考え方では，このような状況でも「論拠不十分の原理」(principle of insufficient reason）によって，各可能性に等しい確率が割り振られ，常に唯一の確率を想定できる。そうすると従来の期待効用理論でいいことになる。ただ，この考え方では，何度も実験して等確率となることがわかっても，何の論拠がなく等確率でも，選択行動は同じになってしまう。しかしエルスバーグ（Ellsberg）のパラドックスが教えるように確率の推定について論拠のあるなしが主体の選択行動に影響する。そして，この確率判断における論拠のあるなしが「確信」という心的状態と繋がっているこ

8　期待値としては，確率による通常の期待値のほか，第 4 節で説明するキャパシティによる期待値がある。これは一般的にはショケ (choquet) 期待値と呼ばれている。

とは見やすい。

いわゆるナイト的不確実性モデルでは，可能な確率はキャパシティ（capacity）と呼ばれる可能な確率の下限として与えられ，最終的に確率の全体集合においてコア(core)と呼ばれる凸（convex）な部分集合を形成する。効用関数を与えられたものとすると，それぞれの確率にそれぞれの期待効用が対応する。次に，この期待効用の集合からどのような評価基準を選択するかであるが，ナイト的不確実性モデルでは可能な期待効用の最小の値を採用する。これは主体が先行き最も悪い状況を想定して選択するということであるから，いわば悲観的(pessimistic)主体であるといえる。概念的にはその対極もあるわけで，それは先行き最も良い状況を想定して選択する，いわば楽観的（optimistic）主体である。ここでは，一般的に，最善(＝楽観的)と最悪(＝悲観的）の値を加重平均した評価基準を考えている。これは，(部分的に)無知(ignorance)な状況での意思決定基準であるハーヴィッチ(Hurwicz)基準として知られているものである。楽観的な場合と悲観的な場合を極限で含む。

可能な確率の集合から悲観度あるいは楽観度に応じてある特定の確率を想定するのでなく，そのすべての可能な確率を前提とした，いわゆる不完備選好タイプのナイト的不確実性モデルも想定できる。その場合，悲観的か楽観的かということは問われない。ただ，ハーヴィッチ基準を前提としてすべての悲観度あるいは楽観度に対して成立する場合を考えればいいので，ここではこの基準を用いることにする。

以下，２つの自然の状態（$i=1, 2$）しかない場合について具体的に見てみよう。また効用関数は危険回避的でもいいが，ここでは危険中立的であると仮定した説明を行う。状態$i$のキャパシティを$v_i$であらわし，$x_i$を状態$i$での利得とすると，可能な期待値の集合は，

$$G(v_1, v_2) = \{g=p_1x_1+p_2x_2 \mid p_1 \geqq v_1,\ p_2 \geqq v_2\}$$

で与えられる。キャパシティは$v_1 + v_2 \leqq 1$も満たさなければならない。ここから非加法確率論とも呼ばれる。簡単な計算から，例えば確率$p_1$は，$v_1 \leqq p_1 \leqq 1-v_2$の範囲にあることが分かる。この上限と下限の差$= 1-v_1-v_2$が確率推定の曖昧さの程度（あるいは確信のなさの程度）を表しており，$v_1 = v_2 = 0$のとき，すなわち確信のない程度が１のとき，コアは可能なすべての確率の集合となる。$x_1 \geqq x_2$とすると，$G(v_1, v_2) = \{g \mid x_1 \geqq g \geqq x_2\}$となる。逆に確信のない程度が０の時は，$p_1 = v_1 = 1-v_2$であり，確率は唯一の通常の加法的確率となり，したがって$G(v_1, v_2) = \{g \mid g=p_1x_1+p_2x_2\}$となる。$x_1 \geqq x_2$とする仮定のもとでは，一般的には，

$$G(v_1, v_2) = \{g \mid (1-v_2)x_1+v_2x_2 \geqq g \geqq v_1x_1+(1-v_1)x_2\}$$

とあらわすことができる。

ここで，$b = 1-v_1-v_2$とおいて，確信のなさの程度（$b$）にパラメットリックに上式をあらわすことを考える。$v_1/(1-b) = a$とおくと，$v_2/(1-b) = 1-a$であり，この$(a, 1-a)$がキャパシティ（$v_1, v_2$）のときのベイズ的加法確率である。これを用いて変形すると，

$$G(v_1, v_2) = \{g \mid (b+a(1-b))x_1+(1-b-a(1-b))x_2 \geqq g \geqq a(1-b)x_1+(1-a(1-b))x_2\}$$

となる。あるいは，ベイズ的確率による期待値を $e=\alpha x_1+(1-\alpha)x_2$ とあらわすと，

$$G(v_1, v_2)=\{g \mid (1-b)e+bx_1 \geqq g \geqq (1-b)e+bx_2\}$$

とまとめることができる。言い換えるとナイト的不確実性モデルは，ベイズ的期待値とそれについての確信度であらわせるということである。その期待値推計について曖昧さがなければ，あるいは確信があればベイズ的期待値になり，曖昧さがあるほどあるいは確信が無いほど，可能な期待値の集合が大きくなる。この結論は一般性があり，自然の状態が多数あっても，その最大の実現値を $x_1$，その最小の実現値を $x_2$ とすると全く同じ表現になる[9]。

さて以上の分析を踏まえて，前節で説明した資産と現金保有それぞれのポジションの収益 $R_A(g)$ ならびに $R_C(g)$ を前述したようにハーヴィッチ基準を用いて評価する。両ポジションとも $g$ の増加関数であるので，両ポジションとも $g_1=(1-b)e+bx_1$ で最大の収益，$g_2=(1-b)e+bx_2$ で最小の収益となる。そこで $k(\in [0, 1])$ を楽観度とすれば，現時点における現金保有ポジション（$i=C$）ならびに資産保有ポジション（$i=A$）の評価は，

$$W_i=(1-k)R_i(g_2)+kR_i(g_1)=(1-k)R_i((1-b)e+bx_2)+kR_i((1-b)e+bx_1) \tag{3}$$

となる。$k=1$ のときが楽観的な基準であり，$k=0$ のとき悲観的な基準である。

## 5　モデルの分析

現時点で主体が現金と資産のいずれを選択するかを分析するためには，モデルを構成する各パラメータについてのさらなる想定がいる。市場と主体の評価の関係がどうなっているかが，ここでの分析にとって本質的である。上述した条件に加えて，

$$x_2 \leqq q_1 \leqq p_1 \leqq x_1,$$
$$p-r \leqq e$$

という仮定をおく。前者は，資産が 2 時点にどのような最大あるいは最小の収益となるかについての知識は市場とこの主体が共有するものであり，どのような確率を用いた評価をするにしてもその最大の実

9　本稿の説明のような導出がなされているわけではないが，この結論自体は頑強ベイズ (robust Bayes) 理論における $\varepsilon$ -contamination model として知られている。例えば Eichenberger & Spanjers(1999) を参照されたい。ちなみに，この論文は，主体の予期せぬ流動性の需要との関係で資産の選択を考える，いわゆる流動性ショック (liquidity shock) モデルをナイト的不確実性下で検討している。またこれとは直接的に関係ないが，ナイト的不確実性下におけるマーケット・メーカーの価格あるいはスプレッドの決定，ひいては市場流動性の決定問題を Routledge & Zin 論文が扱っている。

現値より大きな買値は想定できない，またその最小の実現値より小さな売値は想定できないことが根拠である。また後者は現時点において $p-r$ が資産の実質的買値であり，ベイズ的期待値 $e$ が資産の価値推定であるから，確信があるかどうかは別にして，この条件が満たされていないと，そもそも資産を買う根拠が無いということによる。そうでなければ問題そのものが存在しない。

まず資産評価の確率推定と従ってその期待値計算に確信がある（すなわち $b=0$ の）場合を見てみよう。この場合，資産の評価額はベイズ的期待値である $e$ の1点になる。したがって $e>p-r$ であれば，資産が選択される。逆に $e<p-r$ であれば，現金が選択される。$e=p-r$ であれば，資産，現金ともにその保有ポジションの価値は $0$ でどちらを選択するか無差別である。先ほどの仮定のもとでは，主体はその確率想定に確信があれば，資産を選択する。

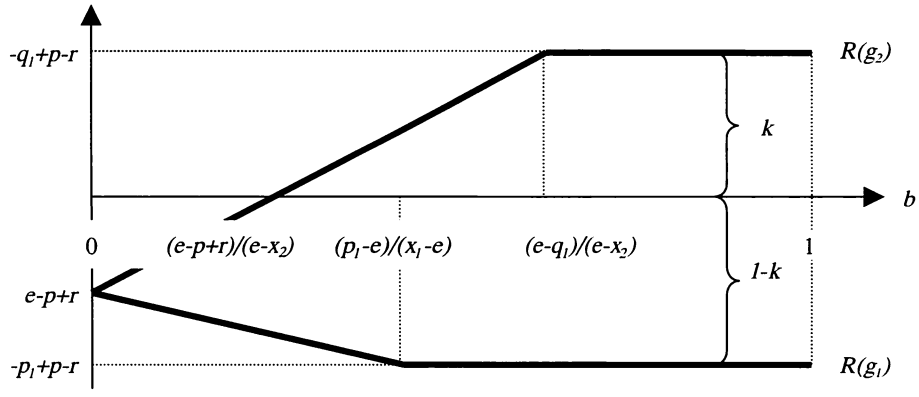
逆に確信が全く無い（すなわち $b=1$ の）場合において，現金保有ポジションの価値は，$k(x_1-p_1)$ である。資産保有ポジションの価値は，$(1-k)(q_1-p+r)+k(x_1-p+r)=(1-k)q_1+kx_1-p+r$ である。前者から後者を差し引いた額は，$-((1-k)q_1+kp_1)+p-r$ となる。$-((1-k)q_1+kp_1)+p-r=0$ となる $1$ と $0$ の間の $k$ が存在し，その $k$ の程度より楽観的であれば，資産が選択され，逆に悲観的であれば現金が保有されることがわかる。この分岐点となる楽観度は $(p-r-q_1)/(p_1-q_1)$ で与えられる。これより1時点におけるスプレッド $(p_1-q_1)$ に占める換金費用 $(p-r-q_1)$ が大きいほど，現金が選択される可能性が大きくなることがわかる。ごく自然な結論である。現時点の資産の購入価格 $p-r$ が大きくなるか，あるいは1時点の売却価格 $q_1$ が小さくなると，換金費用は大きくなる。図3からわかるように，それは資産保有ポジションの利得，ひいては価値を低めるように作用する。

次にその期待値計算に確信が無い状況で，悲観的な場合（すなわち $b>0$, $k=0$）を検討する。図3から明らかなように，$p-r<(1-b)e+bx_2$ であれば，資産が選択される。逆に $p-r>(1-b)e+bx_2$ であれば，現金が選択される。$p-r=(1-b)e+bx_2$ となる $0$ と $1$ の間の $b$ の値が存在し，その値より小さい $b$ のとき，すなわち強い確信があれば，資産を選択する。逆に確信がなければ現金を選択する。この分岐点となる確信度は，$(e-p+r)/(e-x_2)$ で与えられる。分子は現時点で資産を買うことの正味の期待利得をあらわしている。分母は $g$ の分布が $x_2$ 寄りであることを意味している。これは現時点での資産購入の魅力が小さいほど現金が需要されることを意味しており，自然な結論である。

逆に期待値計算に確信が無い状況で楽観的な場合（すなわち $b>0$, $k=1$ の場合）は，$p-r<(1-b)e+bx_1$ であれば確信に関係なく資産が選択される。

最後に一般の場合を検討しておく。資産と現金を保有するポジションの価値が無差別となる $b$

図4



と $k$ の関係について $b$ の関数として $k$ がどのようになっているかを調べる。$(1-k)R_C(g_2)+kR_C(g_1)=(1-k)R_A(g_2)+kR_A(g_1)$ から，$(1-k)(R_C(g_2)-R_A(g_2))+k(R_C(g_1)-R_A(g_1))=0$ である。$R(g)=R_C(g)-R_A(g)$ とすると，$(1-k)R(g_2)+kR(g_1)=0$，すなわち $k$ は $R(g_2)$ と $R(g_1)$ との $0$ をはさんだ比率である。$b$ を変数としたこれらの関数の形状は，まず $(e-p+r)/(e-x_2)<(p_1-e)/(x_1-e)<(e-q_1)/(e-x_2)$ と仮定すると，簡単な計算から下図のように与えられる。

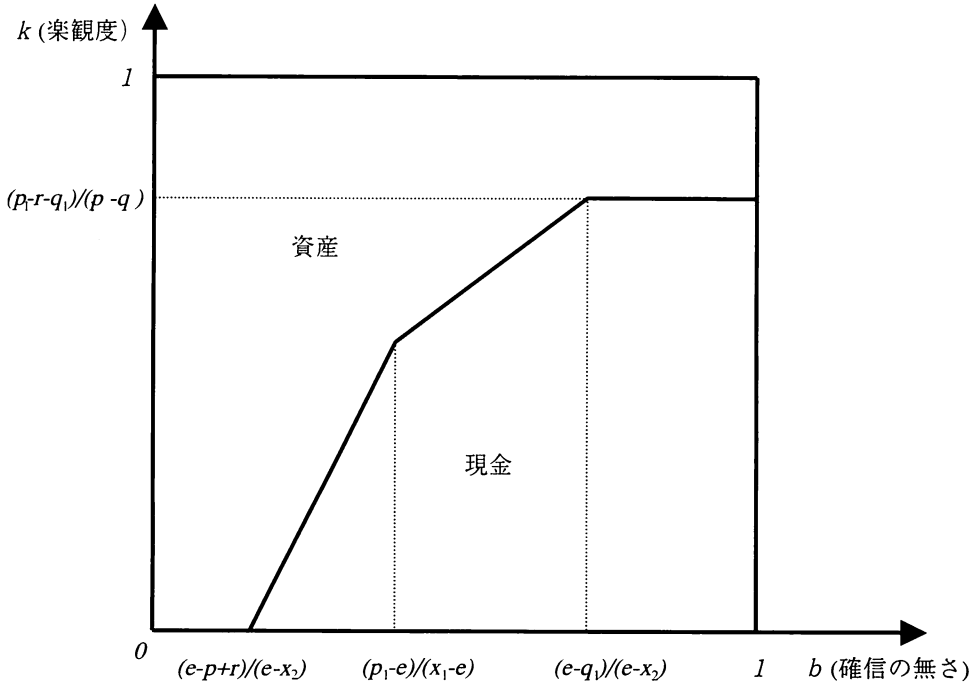
これより，$b \leqq (e-p+r)/(e-x_2)$ までは現金は選択されないから，比率 $k$ は存在しないが，それ以降 $(e-q_1)/(e-x_2)$ までは異なった増加率の $b$ についての増加関数になっている。一方 $(p_1-e)/(x_1-e)<(e-p+r)/(e-x_2)<(e-q_1)/(e-x_2)$ の場合は $b \leqq (e-p+r)/(e-x_2)$ までは比率は存在せず，それ以降は増加関数である。定性的な分析結果は同じであるので，この場合の分析は省略する。

分析の結果は以下の図にまとめてあらわすことができる。確信が無いほど，また確信がない状況で悲観的であるほど主体は現金を選択することがあらわされている。また前述した不完備選好タイプのナイト的不確実性の場合は，この図から楽観度にかかわらない結論を考えることになるが，確信のなさが $(e-p+r)/(e-x_2)$ 以下であれば資産が選択されることは言える。しかしそれ以上であれば，選択は楽観度にかかわってしまい，資産か現金か決定できない。これが不完備選好の不完備たる所以であるが，このような場合，現状を維持するとすれば，当初資産を保有していれば資産を保有し続け，現金を保有していれば強い確信があるときのみ資産を保有するという結論が導ける。

## 6 むすび

2 節での流動性モデルの展望を踏まえつつ，オプション的表現を基に市場の不完全性を明示的に考慮

図 5



した流動性のモデルを提案し分析した。これまでの流動性モデルは，換金費用を外生的に与えており，換金費用が何かということを含めて分析に恣意性が残った。ここでは換金費用を市場の不完全性から内生的に導出し，こうすることで市場が完全であれば流動性の価値が無いことも自然に示すことができたと考える。ここでのオプション的表現の基になる資産価値の不確実性は主体の明確でない評価基準によるものであり，その評価の不確実性を確信という心的状態から特徴付けた。結果として，確信が無いほど主体は流動性を保有するという古くからある主張に簡単なモデル的説明を与えることができたものと考える。

**謝　辞**

学会発表に際してコメンテーターの坂口幸雄先生（専修大学）より多くの貴重なアドバイスを頂戴いたしました。ここに記して感謝いたします。もちろん本稿における誤りは筆者のものです。

**【参考文献】**

[1] Acharya, V.V. and L.H.Pedersen, (2004) "Asset pricing with liquidity risk" *CEPR Discussion Papers*

[2] Dekel, E., B.L.Lipman, and A.Rustichini, (2001) "Representing preferences with a unique subjective state space," *Econometrica* (69)

[3] Dixit, A.K. and R.S.Pindyck, (1994)*Investment under Uncertainty*, Princeton University Press

[4] Eckhoudt, L., C.Gollier and H.Schlesinger, (2005) *Economic and Financial Decisions under Uncertainty*, Princeton University Press

[5] Eichenberger, J. and W.Spanjers, (1999) " Liquidity and uncertainty : Banks or asset markets?" (Discussion Paper)

[6] Epstein, L., (1980) "Decision making and the temporal resolution of uncertainty," *International Economic Review*(21),

[7] Goldman, S.M., (1974) "Flexibility and the demand for money," *Journal of Economic Theory* (9),

[8] Holmstrom, B. and J.Tirole, (2001) "LAPM:A liquidity-based asset pricing model," *The Journal of Finance*(56-5),

[9] Jones, R.A. and J.M.Ostroy, (1984) "Flexibility and uncertainty," *Review of Economic Studies* (51),

[10] Lengwiler, Y., (2005), *Microfoundations of Financial Economics : An Introduction to General Equilibrium Asset Pricing*, Princeton University Press

[11] Kreps , D.M., (1979) "A representation theorem for preference for flexibility," *Econometrica* (47),

[12] Ozdenoren, E., (2002) "Completing the state space with subjective states," *Journal of Economic Theory*(105),

[13] Richardson, G.B., (1990) *Information and Investment*, Clarendon Press,

[14] Routledge, B.R. and S.E.Zin, (2001) "Model Uncertainty and liquidity," *NBER Working Papers*,

[15] Schmeidler, D., (1989) "Subjective probability and expected utility without additivity," *Econometrica* (57),

[16] Starr, R.M., (2002) " Monetary general equilibrium with transaction cost," *UCSD Economics Department Discussion Paper*,

[17] Trigeorgis, L., (1996) *Real Option,* The MIT press