



ID	JJF-forthcoming2023-004
----	-------------------------

論文名	公的年金モデルポートフォリオの再検証：推定リスクと情報非開示から生じる問題
	Re-examination of the model portfolio of Japanese public pension funds: Their estimation risk and problems arising from information hiding
著者名	竹原 均
	Hitoshi TAKEHARA
	(2022年10月29日受付、2023年7月10日受理)

雑誌名	経営財務研究
	Japan Journal of Finance
発行巻号	掲載予定
	forthcoming
発行年月	未定
	unpublished
発行者	日本経営財務研究学会
	Japan Finance Association
ISSN	2186-3792

公的年金モデルポートフォリオの再検証： 推定リスクと情報非開示から生じる問題

竹原 均(早稲田大学)

(2022年10月29日受付、2023年7月10日受理)

要旨

本研究では、公的年金モデルポートフォリオについて、移動平均ブートストラップ法を用いて推定リスクの大きさを評価し、その上で下方リスク最小化モデルと平均分散モデルとを比較した。実証の結果、下方リスク最小化モデルからの最適ポートフォリオ分布は、現行モデルポートフォリオとは全く異なるものであることが確認された。またモデルポートフォリオ導出時の期待リターン設定をそのまま使用することにより共分散行列の推定リスクをのみを評価した場合でも、最適ポートフォリオは非常に広範囲に分布していた。本研究で示された期待リターン、共分散行列の推定リスクの大きさから、モデルポートフォリオの信頼性は著しく低いものと判断される。

キーワード: 公的年金モデルポートフォリオ, 推定リスク, 移動ブロックブートストラップ法,
下方リスク

1 公的年金モデルポートフォリオ決定における課題

年金積立金管理運用独立行政法人(GPIF)の中期経営計画における基本ポートフォリオは、表1に示されるように、第1期(2006~2009年度)以降、第4期(2020~2024年度)に至るまで各期において大きく変更されてきた。その傾向としては、国内債券、海外債券の利回りの低下に伴い、国内債券主体の運用から、国内株式、海外株式、海外債券へのアロケーションを段階的に増加させるものであった。例えば国内債券へのアロケーションを見てみると、67%(第1期)、60%(第2期)、35%(第3期)、25%(第4期)と単調減少しており、GPIFが国内債券主体の運用を既に許容していないことは明らかである。その一方で、GPIFは実質運用利回り(運用利回りから名目賃金上昇率を控除した値)として1.7%を確保することを運用目標としているが、2006~2022年では目標とされた名目賃金上昇率2.3%が達成されることはほとんどなく、このためヒストリカルデータに照らして考える限り、第1,2期中期経営計画での国内債券主体の基本ポートフォリオを維持していたとしても、実質運用利回りを確保できていたはずである。その意味で過度なリスクテイクをしていなかったのか、基本ポートフォリオの策定に問題が無かったのか、さらには基本ポートフォリオの策定において恣意的に情報が操作されたのではないかといった問題については、外部の第三者による事後的な検証がなされるべきである。

[表1をここに]

基本ポートフォリオの再検証問題はGPIFに限られた話ではない。被用者年金一元化後の公的年金資金の運用(GPIF第4期中期経営計画)においては、表1に示しているように国内債券、外国債券、国内株式、外国株式をすべて25%の等ウェイトで組み入れる基本ポートフォリオが設定されている。しかし、この基本ポートフォリオは、4管理運用主体(年金積立金管理運用独立行政法人、国家公務員共済組合連合会、地方公務員共済組合連合会、および日本私立学校振興・共済事業団)が共同して定めたとされるモデルポートフォリオを参考として策定されたとされる。

4管理運用主体によるモデルポートフォリオの策定においても、後続の4管理運用主体ごとの基本ポートフォリオ策定と基本ポートフォリオの年次再検証作業でも、長期的に年金財政上において必要な運用利回りを最低限のリスクテイクで確保するという目標が達成されているかを、多面的、総合的に確認することが求められている。しかしながら、ファイナンス研究者の視点からすると、外部の中立的第三者によるモデルポートフォリオの妥当性検証は不可能であると言わざるを得ない。いくつかの「ブラックボックス」を内包した公的年金モデルポートフォリオの策定プロセスが、モデルポートフォリオの第三者検証を不可能としているのである。

ここでの「ブラックボックス」の典型例は、期待賃金上昇率の設定方法、伝統的4資産の期待リターンの推定方法である。つまり推定プロセス不明の平均分散型ポートフォリオ最適化モデルへのインプットが所与とされており、その上で最適ポートフォリオの性質のみが検証可能となっているに過ぎない。私たちファイナンス研究者はポートフォリオ最適化が“garbage in, garbage out”の性質を持つこと、すなわち精度に問題のあるインプットからでは適切なモデルポートフォリオを導くことが出来ないという事実を知っている。例えば平均分散ポートフォリオ最適化においては、期待リターンや共分散行列、リスク回避度の小規模な変更が最適解に大きな変化を生じさせることから、意思決定者はモデルポートフォリオの推定リスクに十分に配慮しなければならない。ただし公的年金モデルポートフォリオにおいては、問題はさらに深刻で、情報非開示により平均分散モデルへのインプ

ットの精度と妥当性を第三者が評価することができない、すなわち情報を非開示とすることにより、データに基づく学術的・科学的な議論を封殺しているのである。

上述のような問題認識に基づき、本研究では公的年金モデルポートフォリオ策定に関する断片的な開示情報とヒストリカルデータだけを使用して、入力パラメータとモデルポートフォリオの推定リスクの大きさと、推定リスクがそのリスク・リターン特性に与える影響を検証することを試みる。結論を先に述べるならば、推定リスクの大きさから、現行の公的年金モデルポートフォリオの信頼性は極度に低い。したがって年金積立金管理運用独立法人を含む公的年金管理運用主体が、モデルポートフォリオの妥当性を主張したいのであれば、期待リターンの推定方法、ポートフォリオ制約条件の設定プロセスを、第三者による検証が可能な形で開示しなければならない。

論文の構成は以下の通りである。まず次節ではポートフォリオ最適化モデルへのインプットの推定リスクを評価するために手段として、移動ブロックブートストラップ法によるリサンプリングを用いたモデルポートフォリオ策定について議論する。続く3節ではダウンサイドリスク最小化モデルにおいて賃金上昇率を目標収益率として明示的に考慮したモデルポートフォリオの策定方法を検討する。4節では複数の設定条件の下で導出された最適ポートフォリオの分布状況を確認する。5節では共分散行列の推定リスクがモデルポートフォリオに与える影響を分析するために、GPIFが第4期中期経営計画で用いた期待リターン推定値を使用した場合の最適ポートフォリオの分布について議論する。最後に6節においては結論を述べるとともに、モデルポートフォリオ策定後の再検証を目的として開示されるべき情報について提言する。

2 モデルポートフォリオの推定リスク

以下の形式の平均分散型ポートフォリオ最適化問題を考えよう。

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & \frac{1}{2} x' V x, \\ \text{subject to} \quad & e' x = 1, \quad \mu' x \geq \mu_p, \\ & x \geq 0. \end{aligned} \tag{1}$$

ここで資産数を n とするとき、 $x \in R^n$ は最適化の結果として得られるポートフォリオ、 $\mu \in R^n$ は期待アセットリターンベクトル、 $V \in R^{n \times n}$ は共分散行列、 $e \in R^n$ はすべての要素が1であるようなベクトル、 μ_p はポートフォリオ期待リターンで意思決定者が設定したモデルへのインプットである。

公的年金モデルポートフォリオの導出においては、共分散行列 V は過去25年間の年次アセットリターンからの標本共分散行列として与えられるので、自由度の不足から共分散行列の推定精度が低い状況が予想される。また期待リターンベクトル μ についても、何らかの推計モデルが存在するはずだが、モデル内の各種パラメータの設定や期待リターンの具体的な計算方法は不明である¹。

¹ 2020年8月5日開催の第16回社会保障審議会資金運用委員会議事録には、「専門的に言うと、ブラック・リッターマン方式を採用した」という発言が記録されている。このためGPIFが言うところの「均衡リターン」とはブラック・リッターマンモデル(Black and Litterman, 1992)を適用して推定されたものと類推される。ただしブラック・リッターマンモデルによる期待リターンの推定プロセスやリスク回避度などの使用パラメータ、特に投資家ビューの使用の有無とその設定方法についての情報は開示されていない。

またポートフォリオ期待リターン μ_p は、モデルポートフォリオの策定においては年金積立金の期待運用利回りであり、現行モデルポートフォリオの導出においては $\mu_p=4.0\%$ とされている。これは期待賃金上昇率 2.3%に財政的余裕度 1.7%を加算したものとされているが、期待賃金上昇率が 2.3%であることについての説明を著者は見つけることは出来なかった。図 1 は 1997 年 1 月から 2021 年 12 月の 25 年間について、12 ヶ月移動平均で賃金上昇率の推移を検証したものである。ここでの賃金上昇率は、毎月勤労統計調査での賃金指数(現金給与総額・調査産業計・従業員 30 人以上)をもとに月次変化率を求め、それに対して 12 ヶ月移動平均で年次賃金上昇率を計算しているため、必ず年間で 2 度の賞与が含まれていることになる。図 1 での 2.3%を示す横線に対して、ほとんどの月において年次賃金上昇率が下方に位置していることから明らかなように、賃金上昇率を 2.3%とした設定は、これまでの実態から大きく乖離しており疑問を持たざるを得ない。

いずれにしても、期待アセットリターン、ならびに期待賃金上昇率の推計が、何らかの計量モデルに従って実施される限り、それらに関する推定リスクの評価は必須である。また標本共分散行列と、何らかの計量モデルのもとで推計された期待アセットリターンは、ともに過去 25 年の年次ヒストリカルデータを推計時に使用するので、前述のようにそれら自身が推定誤差を含む。そして最適化モデルへのインプットに含まれる誤差は、ポートフォリオ最適化モデル(1)を解いて求めた最適ポートフォリオにも誤差を生じさせる。Jobson and Korkie(1981), Hansson and Persson (2000)が指摘しているように、このような資産選択モデルへの入力パラメータの推定精度から生じる問題をここでは「推定リスク」と呼ぶ。つまりポートフォリオ最適化問題への入力パラメータに推定誤差が存在する以上は、モデルを解いて得られたモデルポートフォリオにも推定誤差の影響が必ず残るわけであり、求められたモデルポートフォリオと、観測不可能な真のモデルポートフォリオとは必然的に異なるものとなる。誤差ゼロの入力パラメータの推定が不可能である以上、真の最適ポートフォリオは誰にも求めることはできず、次善策として私たちにできるのは、真の最適ポートフォリオがどのような範囲に分布するのかを確認すること、すなわち推定誤差を評価することだけである。

実際の公的年金モデルポートフォリオは実現年次データ 25 年分($T=25$)をモデルへの入力として導出されている。サンプルサイズが 25 と少ないこともあいまって、最適化の結果として求めたモデルポートフォリオがどの程度信頼できるものなのか、そしてモデルポートフォリオからの許容乖離がどの程度なのかについては一切知ることが出来ない。こうした問題を解決するために、Hansson and Persson(2000)と同様に、本研究でも移動ブロックブートストラップ法(moving blocks bootstrap method)を導入して、モデルポートフォリオが従うであろう分布を求めることを試みる。

紙幅の都合上、移動ブロックブートストラップ法の詳細については説明を省くが、同方法は原データの持つ各資産の収益率の系列相関(serial correlation)と、資産間の相関関係(cross-sectional correlation)の両方の特性を保持しながら、リサンプリングを行うものである。本研究ではブロック長を 24 ヶ月として、300 ヶ月(=25 年×12 ヶ月)の月次系列をリサンプリングし、それを 25 年の年次リターンに変換してモデルポートフォリオを再計算した。リサンプリングを 10,000 回行うことにより、モデルポートフォリオの期待リターン、標準偏差などの各種統計量の従う分布、および各資産へのアロケーションについての信頼区間を計

算することが可能となる。

3 下方リスク最小化モデルの下でのポートフォリオ最適化

次にモデルポートフォリオを、平均分散型ポートフォリオ最適化モデルを用いて求めることは是非について議論しよう。表 2 は 1997 年 1 月～2021 年 12 月(300 ヶ月)の月次アセットリターン、および 1997 年～2021 年(25 年)の年次アセットリターンについて、平均、標準偏差、歪度、尖度、正規性の検定のための Jarque-Bera 統計量、対応する有意確率(p -value)を示したものである。

[表 2 をここに]

モデルポートフォリオの策定と、年度ごとの再検証作業では、直近 25 年間の年次アセットリターンが使用されたが、各年金基金での積立金運用リスク管理では月次データが使用されることが多く、データ頻度については不整合が生じている。そこで年次アセットリターンの正規性を検証する前に、原データである月次アセットリターンの正規性を見ておく。表 2 において 4 資産の月次アセットリターンの歪度は負、尖度は正であることから、月次アセットリターンは損失方向への歪みを持ち、かつ正規分布と比較して尖った、テールの厚い分布となっている。そして Jarque-Bera 検定量と対応する有意確率から、これら 4 資産の分布が正規分布に従うとする帰無仮説はすべて棄却される。一方で、月次アセットリターンから年次アセットリターンにデータ頻度を変更した後では、尖度は外国株式(MSCI-ACWI)を除いて符号が正に変化し、国内債券(NOMURA-BPI)では歪度の符号も正となっている。Jarque-Bera 検定の結果からも、アセットリターンが正規分布に従うとする帰無仮説が棄却されるのは外国株式についてのみである。

月次アセットリターンではなく年次アセットリターンを使用した場合に、正規分布に近づくことは、中心極限定理から予想されることではあるとしても、年次リターンを使用することによるサンプルサイズの大幅な減少は、最適化の結果として求められたモデルポートフォリオの推定リスクを逆に増幅させる可能性を持つ。さらに年次アセットリターンを使用したとしても、外国株式からのリターンの正規性は棄却されたので、平均分散モデルを使用したモデルポートフォリオの策定は、理論上は適切ではない。少なくともアセットリターンの正規性を前提条件としない資産選択モデルを適用した場合の結果も確認する必要がある。

それでは正規性を仮定せず、かつ賃金上昇率を上回る運用利回りを最小限のリスクテイクで確保するためには、どのようなポートフォリオ最適化問題に帰着すべきだろうか。この点については研究者間、実務家間でも必ずしも意見は一致していない。従来通り、いくつかの問題を抱えつつも平均分散モデルの使用を続けるのも選択肢の一つであろう。しかしながら、正規性を仮定できず、かつ賃金上昇率を上回る運用利回りを確保すると明確に述べているのならば、ここで使用すべきリスク尺度は下方部分積率(Lower Partial Moments, LPM)であろう。LPM に関しては Bawa(1975), Bawa and Lindenberg(1977)等の先行研究でその性質が検証され、Harlow(1991)でアセットアロケーション問題への応用が議論されている。また日本市場における年金 ALM 問題への適用については竹原(2008, 2009, 2014)が先行研究としてあげられる。

ここで、ポートフォリオリターンを π 、その密度関数を $f(\pi)$ とする。このときに代表的なダウンサイドリスク尺度である、 k 次下方部分積率(k 次 LPM)は、

$$LPM_k(\tau) = \int_{-\infty}^{\tau} (\tau - \pi)^k f(\pi) d\pi \quad (2)$$

で定義される。(2)式における τ は最小許容収益率(minimum acceptable return), あるいは目標収益率(target return)と呼ばれる。つまり, 最終的な投資目標の達成(この場合には賃金上昇率を上回る運用利回りの確保)の為に, 最低限充たすべき水準として τ が設定され, τ を実現収益率が下回ることが年金積立金運用におけるリスクとして認識される。また次数 k は 1 以上の実数であれば任意だが, 分散との対応から $k=2$ とされることが多い。次数 $k=2$ の LPM の平方根のことを, 標準偏差(Standard Deviation, S.D.)と対応付けて, 特に Target Semi-Deviation (TSD)と呼ぶ。また次数 $k=1$ の場合の LPM と期待ショートフォールとして知られる Conditional Value-at-Risk (CVaR)とは同型であることが知られる。しかし 1 次 LPM と CVaR とは, 明確に区別しておくべきであり, モデルポートフォリオ策定においては期待ショートフォールアプローチよりも LPM の方が適しているであろう。なぜなら CVaR における有意水準(通常は 1%, あるいは 5%)は明確な選択基準を持たないが, モデルポートフォリオ策定における目標収益率 τ は賃金上昇率を明示的に考慮して決定されるからである。このように積立金運用における最終目標から相対的に目標収益率 τ を決めることこそが, モデルポートフォリオ策定プロセスにおいては重要であると考えられる。

さて理論上の LPM は(2)式のように積分で定義されたが, LPM の測定と最小化によるモデルポートフォリオの策定は, ヒストリカル法, あるいはシミュレーション法により多変量, かつ連続型リターン分布を離散化して行われる。ここでアセットクラス数を n とし, 各アセットクラスのリターンの観測数(あるいはシミュレーションで生成されたシナリオ数)を T とする。第 i 資産, 第 j サンプルのリターンを r_{ij} として, モデルポートフォリオを $x_i, i=1, \dots, n$ とする。また賃金上昇率は時間変化すると考えるのが自然であるので, 第 j サンプルでの賃金上昇率を τ_j として T 次元ベクトルを τ とする。このリターン分布を離散化した状況での k 次 LPM は以下の(3)式で与えられる。

$$LPM_k(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{j=1}^T \left(\max \left(\tau_j - \sum_{i=1}^n r_{i,j} x_i, 0 \right) \right)^k \quad (3)$$

ただし下方部分積率をリスク尺度とした最適化は必ずしも容易ではない。モデルポートフォリオ策定手法としての実装可能性を重視するのであれば, ダウンサイドリスク測定の単位時間を 1 年(したがって 1 期間モデル), 賃金上昇率を τ , ペナルティ次数 $k=2$ として, 決算期末における LPM が最小となるポートフォリオをモデルポートフォリオと定めることが, 現実的な対応であろう。前述のように 2 次 LPM の平方根は TSD と呼ばれるので, この場合の最適化問題, すなわち TSD 最小化モデルは以下の(4)式で与えられる。

$$\begin{aligned}
& \text{Minimize } y^t y, \\
& \text{subject to } Px + y - z = \tau, \\
& e^t x = 1, \\
& x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.
\end{aligned} \tag{4}$$

ただし、ここで $P \in R^{T \times n}$ はアセットリターン行列、 z は賃金上昇率が上回る場合のサープラス、逆に y は賃金上昇率を下回る場合のショートフォールである。

TSD 最小化モデル(4)において最も重要なのは、パラメータ推定値が下方リスク最小化問題へのインプットとして含まれない点である。アセットリターンが従う多変量確率分布に関するすべての情報はアセットリターン行列 P に内包されており、平均分散モデルの利用時の推定対象である共分散行列、期待リターンはモデル(4)へのインプットではない。さらにアセットリターン行列 P は、本研究においては移動ブロックブートストラップ法により生成されるため、パラメータの統計的推定は最初から存在しないのである。

さて TSD 最小化モデルでは期待リターン制約は必須ではないのだが、その一方で現行公的年金モデルポートフォリオの妥当性を検証する上では、期待リターンが同一水準の最適ポートフォリオで、異なるリスク尺度を使用しているケースも比較するべきであろう。そこで TSD 最小化モデルにポートフォリオ期待リターン制約 $\mu^t x \geq \mu_p$ を付加した、以下の平均下方部分積率(Mean Lower Partial Moments, MLPM)モデル(5)についても、補助的な位置付けで検討することにしよう。

$$\begin{aligned}
& \text{Minimize } y^t y, \\
& \text{subject to } Px + y - z = \tau, \\
& e^t x = 1, \mu^t x \geq \mu_p, \\
& x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0.
\end{aligned} \tag{5}$$

次節においては、目標収益率 τ を実現賃金上昇率と賃金上昇率+1.7%とした TSD 最小化モデル(4)、期待運用利回り $\mu_p=2.3\%$ 、あるいは 4.0% とした MLPM モデル(5)、MV モデル(1)から求められた最適ポートフォリオのブートストラップ分布を比較する。ただし比較の中心となるのは TSD 最小化モデル(4)と平均分散モデル(5)で期待リターン $\mu_p=4.0\%$ の場合である。

4 最適ポートフォリオの比較

現行の公的年金モデルポートフォリオでの各資産の期待リターンは表 3 パネル A の最下段(モデルポートフォリオ)に示されているように、国内株式 5.6%、外国株式 7.2%、国内債券 0.7%、外国債券 2.6%である²。最適ポートフォリオのブートストラップ分布とそのリスク・リターン特性について検証する前に、同じく移動ブロックブートストラップ法を用いて、期待リターンとリスクのブートストラ

² 期待リターンの想定については、年金積立金管理運用独立行政法人(2020)を参照されたい。

ップ分布から、現行公的年金モデルポートフォリオでの期待リターンとリスクの推定リスクの規模を確認しておこう。

表 3 パネル A はブロック長 24 ヶ月、リサンプリング 10,000 回として、長さ $T=12 \times 25=300$ ヶ月の月次リターンを年次リターン 25 年に変換した後のアセットリターン分布である。モデルポートフォリオでの国内株式(TOPIX)の期待リターン 5.6%は 95%信頼区間(-6.119%~11.103%)には含まれるものの、中央値が 2.981%, 75 パーセンタイルが 5.911%であることから、過去の株式市場の状況から考えると高すぎる。外国株式(MSCI-ACWI)のモデルポートフォリオ期待リターン 7.2%は、ブートストラップ分布の平均 6.064%, 中央値 6.245%と比べれば高いものの、国内株式ほど大きく上方に乖離しているわけではない。一方、国内債券(NOMURA-BPI)については、ブートストラップ分布の平均 1.822%, 中央値 1.828%よりも 1%以上低い 0.7%とされている。外国債券についても平均 4.171%, 中央値 4.191%に対して、モデルポートフォリオでの前提は 2.6%と 1.5%程度低い値となっている。つまり過去の資本市場の状況と比較して、モデルポートフォリオ導出の前提とされる期待リターンは、国内・外国株式について高く、国内・外国債券について低い。このようなブートストラップ分布と現行モデルポートフォリオで想定される期待リターンとの乖離については、フォワードルッキングな予測がなされているのであれば乖離は許容されるという意見もあろう。だからと言って、期待リターンの推計方法を開示しなくて良い理由とはならない。

次に表 3 パネル B はリサンプリングごとに各資産のリスク(標準偏差)を計算し、その分布を確認した結果である。モデルポートフォリオにおける各資産のリスクはパネル A と同様に最下行(モデルポートフォリオ)に示されている。ここでのリスクはモデルを使用した推定を行わず、単純に過去 25 年のデータからの実現ボラティリティとして計算されていることに注意して欲しい。国内株式のリスクは 23.140%, 外国株式のリスクは 24.850%と仮定されているが、これらはともにブートストラップ分布の 75 パーセンタイルに近く、実際にはリスクが過大に評価されている可能性がある。国内債券については、モデルポートフォリオでの想定である 2.56%は 97.5 パーセンタイルである 2.605%に近く 95%信頼区間内(1.333~2.605%)ではあるものの明らかに過大評価である。外国株式についてはモデルポートフォリオの想定 11.870%は 75 パーセンタイル(11.776%)に近く、これも過大評価である。

このように全資産についてモデルポートフォリオは各資産のリスクを過大に評価した状況で得られており、特に国内債券については期待リターンが低く、逆にリスクが高く設定されていることから、最適ポートフォリオへの組入れが低く抑えられる方向に働いていることになる。

また、仮にブラック・リッターマンモデルが期待リターンの推定に使用されているのであれば、表 3 パネル B の結果が示すように、標本共分散行列の対角要素を介して、均衡リターンに大きなバイアスが生じている可能性が否定できない。そもそも入力パラメータの段階で、推定リスクの問題から解放されることは絶対に無いのである。

[表 3 をここに]

次に TSD 最小化モデル(4)を用いた場合の最適ポートフォリオの分布を表 4 に示す。ここでパネル A は目標収益率 τ を賃金上昇率実績値とした場合、パネル B は賃金上昇率+1.7%とした場合である。パネル A, B に共通して、下から 2 行目の「最適ポートフォリオ」は、オリジナルデータ(年次

ヒストリカルデータ 25 年)での最適ポートフォリオを示している。またそれより上の最小値, 2.5%ile, 25%ile, Median, 75%ile, 97.5%ile, 最大値は, 10,000 個のリサンプルごとに TSD 最小化を繰り返して得られた最適ポートフォリオのブートストラップ分布を示している。また Mean, S.D.はブートストラップ分布での平均, ならびに標準偏差である。したがって 2.5 パーセンタイル, 97.5 パーセンタイルが最適ポートフォリオの 95%信頼区間の上下限を与えることになる。

賃金上昇率を上回る運用成果を最小リスクテイクで達成することが目標であるとすれば, この表 4 パネル A の設定のもとで得られた最適ポートフォリオとすべきであると著者は考える。しかしパネル A での最適ポートフォリオ(下から 2 行目)は国内債券 95.815%, 外国株式 4.185%であり, これは現行モデルポートフォリオ(最下行, 各資産への配分 25%)とは全く異なる姿である。

図 1 において確認したように, 分析期間内で賃金上昇率が 2.3%を上回るとはほとんどなかった。平均実現リターン 1.868%の国内債券を主体とした資金運用でも問題は無かったはずである。最適ポートフォリオの期待リターンは 2.121%で, これは現行モデルポートフォリオの期待リターン 4.266%よりも低いが, 賃金上昇率を確保することを目的とするならば, 現行モデルポートフォリオは過度なリスクを負っている。最適ポートフォリオの TSD が 0.265%であるのに対して, モデルポートフォリオの TSD は 7.385%に達している。またここでは移動ブロックブートストラップ法による 10,000 回のリサンプルを使用した TSD 最小化モデルからの最適ポートフォリオ(10,000 種類)の分布を確認しているが, 国内債券へのアロケーションの 2.5 パーセンタイルが 75.014%, 国内株式, 外国株式, 外国債券へのアロケーションの 97.5 パーセンタイルがそれぞれ 11.900%, 15.191%, 15.814%であることから, 現行の公的年金モデルポートフォリオはすべての資産について 95%信頼区間には入っていない。推定リスクまでを考慮したとしても国内債券へのアロケーションを最低でも 75%程度として, 残りの 3 資産(国内株式, 外国株式, 外国債券)に合計で最大 25%程度を配分するのが許容される限界であろう。

最適ポートフォリオリターンの標準偏差, ショートフォール確率(実現ポートフォリオリターンが賃金上昇率を下回る確率)を確認しても, 現行モデルポートフォリオは, 最小 TSD ポートフォリオとは比較にならないほどの大きなリスクにさらされている。例えば最適ポートフォリオからのリターンの標準偏差(“S.D.”列)が 1.686%であるのに対してモデルポートフォリオのリターン標準偏差は 12.073%である。ブートストラップ分布から求めたリターン標準偏差の最大値が 5.765%, TSD 最大値が 0.962%であるにも関わらず, モデルポートフォリオのリターン標準偏差は 12.073%, TSD は 7.385%に達しており, 「安心・安全」な運用からは程遠いことは明らかである。

さてパネル A で確認した状況には, 目標収益率 τ を財政余裕分だけ高めに設定した場合でも大きな変化は生じない。 τ を賃金上昇率+1.7%と高めに設定した場合の, オリジナルデータでの最適ポートフォリオと, 10,000 回の TSD 最小化の実行により得られた最適ポートフォリオのブートストラップ分布を示しているのが表 4 パネル B である。パネル B から理解されるように, パネル A 同様に最適ポートフォリオにおける国内株式へのアロケーションはゼロであり, 外国株式 5.167%, 国内債券 93.571%, 外国債券 1.262%と, ここでも国内債券主体のポートフォリオとなっている。ブートストラップ分布からも, すべての資産についてモデルポートフォリオは 95%信頼区間内には存在しない。

リスクに関しては, 目標収益率 τ を賃金上昇率+1.7%としているため, TSD の値をパネル A と直接的に比較することはできないものの, 最適ポートフォリオの TSD は 0.951%, モデルポートフォリオの TSD は 7.991%である。TSD をリスク尺度とする限り, モデルポートフォリオでの過剰なリスクテイクが否定できない。このことはリスク尺度を標準偏差, 期待ショートフォール確率としても変わるこ

とはない。

[表 4 をここに]

表 4 に提示した、ポートフォリオ期待リターン制約条件を持たない TSD 最小化モデル(4)を用いてポートフォリオを求める限り、目標収益率 τ を賃金上昇率よりも高めに設定した場合(表 4 パネル B)も含めて、現行モデルポートフォリオは 95%信頼区間の外側に位置しており、その妥当性は棄却される。これは賃金上昇率はその事前設定値である 2.3%を超えることがほとんどない、すなわち過去 25 年間の賃金上昇率とは乖離した前提条件を用いたことによる。簡単に言えば、過去 25 年間に賃金が上がっていないのだから、安心・安全な運用を謳うのであれば国内債券主体で問題ないということである。逆に期待賃金上昇率 2.3%に財政的余裕度 1.7%を付加した 4.0%という高い期待ポートフォリオリターンにしておけば、国内債券の実現リターンは 1.868%であるので、国内債券主体のモデルポートフォリオは絶対に導けないように設計されているのである。

それでは(情報非開示を理由として第三者による妥当性が検証不可能ではあるものの)、年金積立金の運用において、ポートフォリオ期待リターンを 2.3%、あるいは 4%まで引き上げなければならない合理的理由が存在したとしよう。その場合に MLPM モデル(5)を用いて得られる最適ポートフォリオのブートストラップ分布から、現行モデルポートフォリオの妥当性を示せるのであろうか?

MLPM モデル(5)を用いて、TSD 最小化モデル(4)と同様に分析した結果を表 5 に示す。パネル A は期待リターンを 2.3%とした場合、パネル B は期待リターンを 4.0%とした場合である。ただしここで注意が必要なのは、移動ブロックブートストラップ法によるリサンプリングにおいて、パネル A の 2.3%、あるいはパネル B の 4%の期待リターンが達成することが出来ず、MLPM モデル(5)が実行不可能となる状況が起こりうることである。この場合には期待リターンを以下のように再設定して実行可能性を保証している。

$$\begin{aligned}\mu_p &= \min(\mu_0, \mu_{\max}), \\ \mu_0 &= 2.3\% \text{ or } 4.0\%, \\ \mu_{\max} &= \max(\bar{\mu}_{\text{TOPIX}}, \bar{\mu}_{\text{ACWI}}, \bar{\mu}_{\text{NBPI}}, \bar{\mu}_{\text{WGBI}}).\end{aligned}\tag{6}$$

つまりリサンプリングの結果、4 資産の期待リターンの最大値が 2.3%、あるいは 4.0%を下回る場合にポートフォリオ期待リターンを引き下げており、その場合にはリサンプリングデータで最も期待リターンが高い資産への 100%投資が最適解となる。リサンプリングの結果から、表 5 パネル A に提示された結果において期待リターン 2.3%を下回る確率は 5.87%、表 5 パネル B で期待リターンが 4%を下回る確率は 19.23%であった。つまりポートフォリオの期待リターンを 4.0%とした場合、10,000 回のリサンプリングのほぼ 2 割においてそれは実行不可能なのである。このことは表 3 において国内株式、外国株式、国内債券、外国債券の期待リターン中央値(Median)がそれぞれ 2.981%、6.245%、1.828%、4.191%と、4.0%を十分に超えているのが外国株式だけであることを考えると当然とも言える結果である。ただしモデルポートフォリオの策定時には、国内株式、外国株式の期待リターンを 5.6%、7.2%とヒストリカルデータより大幅に高く設定していたために、このような問題がこれまで顕在化することはなかったのである。

それではポートフォリオ期待リターンを 2.3%とした場合の結果を示した表 5 パネル A について見ていこう。パネル A での最適ポートフォリオが、国内株式 0%、外国株式 5.113%、国内債券 90.101%、外国債券 4.787%であることから、国内債券を主体としつつ、そこに合計で 10%程度の外国株式と外国債券を組み入れていることになる。ポートフォリオ期待リターン 2.3%は、表 4 パネル A の TSD 最小化モデルの結果での期待リターン 2.121%に近いことから、この水準の期待リターンであれば国内債券主体の運用となるものと考えられる。ただし表 4 パネル A のケースと違い、外国株式、外国債券はブートストラップ分布での 95%信頼区間に入っている。国内株式への過大投資、国内債券への過少投資については表 4 パネル A での状況と同じである。

またリスクについては、最適ポートフォリオでの TSD が 0.310%であるのに対して、モデルポートフォリオの TSD は 7.385%であり、明らかにモデルポートフォリオは過大なリスクをテイクしている。モデルポートフォリオでの過大なリスクテイクについては、リスク尺度として標準偏差、期待ショートフォール確率を使用したとしても、この事実に関して否定することは出来ない。

次に期待運用利回りが 4.0%の場合の分析結果を表 5 パネル B に見てみよう。表 5 パネル B での最適ポートフォリオは国内株式へのアロケーションはゼロ、それ以外は外国株式 15.799%、国内債券 38.272%、外国債券 45.929%である。国内債券の低リターンでは運用利回り 4.0%を達成できないことから、外国債券と外国株式への投資が大幅に増加するものの、その場合でも国内株式を組み入れることはない。モデルポートフォリオはブートストラップ分布での 95%信頼区間内に入っているものの、リサンプリングの結果、国内株式の組入れ比率の 75 パーセントイルでも 0.880%であるので、現行モデルポートフォリオでの国内株式組入れ比率 25%はやはり多すぎると言わざるを得ない。

[表 5 をここに]

さて表 4, 5 に示されたここまでの最適化の結果はすべてリスク尺度を下方部分積率としてポートフォリオリターンの非正規性の問題に対応してきた。一方で現行モデルポートフォリオは平均分散モデルから導かれているので、次のステップとして平均分散モデル(1)でリスク尺度としてポートフォリオの分散を使用した場合についての結果を見ておこう。

平均分散モデル(1)、ポートフォリオ期待リターン 2.3%とした時の分析結果を表 6 パネル A に示す。表 6 パネル A での最適ポートフォリオは、外国株式 3.953%、国内債券 88.518%、外国債券 7.529%である。国内株式へのアロケーションの 97.5 パーセントイルが 10.816%であることから、国内株式についてモデルポートフォリオは 95%信頼区間外である。外国株式、外国債券については 95%信頼区間内であるが、国内債券については 2.5 パーセントイルが 26.655%なので、モデルポートフォリオにおいては国内債券へのアロケーションは過小である。リスクテイクについては、特に TSD については最適ポートフォリオでは 0.311%とゼロに近いのに対して、モデルポートフォリオでは 7.385%に達している。標準偏差、期待ショートフォール確率での傾向も考慮した場合、モデルポートフォリオの過大なリスクテイクは否定しようがない。

次に期待運用利回り 4%の場合の結果を示した表 6 パネル B においても、最適ポートフォリオは国内株式についてゼロ、外国株式 18.945%、国内債券 42.569%、外国債券 38.486%である。そして国内株式へのアロケーションの 97.5 パーセントイルが 30.415%、国内債券の 2.5 パーセントイルが 0%なので、この場合には 4 資産のすべてが 95%信頼区間内に入っているものの、やはり

モデルポートフォリオでの国内株式への 25%のアロケーションは過大であろう。期待運用利回り 4.0%に設定し、かつリスク尺度としてポートフォリオ分散を最小化するという点では、この表 6 パネル B に示されたケースが、現行の公的年金モデルポートフォリオ策定時の条件設定に最も近いが、その場合であってさえも、ここでの最適ポートフォリオと現行モデルポートフォリオとは全く異なる姿となっている。

[表 6 をここに]

5 標本共分散行列の推定リスク

平均分散モデルを使用してモデルポートフォリオを策定する場合には、期待リターン推定値と共分散行列推定値の両方の影響を受ける。したがって全アセットクラスについて真の期待リターンが既知であったとしても、共分散行列を経由してモデルポートフォリオへの影響は残ることとなり、モデルポートフォリオの推定リスクの評価は必須である。そこで本節では、GPIF が第 4 期中期経営計画において使用した期待リターン推定値(国内株式 5.6%、海外株式 7.2%、国内債券 0.7%、海外債券 2.6%)を使用して、共分散行列のみ移動ブロックブートストラップ法によるリサンプリングを用いて計算することにより、共分散行列の推定リスクがモデルポートフォリオに与える影響について確認しよう。

表 7 では移動ブロックブートストラップ法により月次リターンをリサンプリングして、それを年次データに変換した後に共分散行列を計算している。10,000 回のリサンプリングとは関係なく、期待リターンは現行の公的年金モデルポートフォリオ策定時の数値を使用しているため、最適ポートフォリオは共分散行列だけの影響を受けている。ここでの最適ポートフォリオでのアロケーションは国内株式 16.003%、海外株式 29.377%、国内債券 22.708%、海外債券 31.912%であり、国内株式へのアロケーションが若干低く、その一方で海外資産へのアロケーションが増加しているものの、モデルポートフォリオから非常に大きく乖離しているわけではない。ただしこれは共分散行列の推定リスクを一切考慮しない場合の評価である。表 7 で国内株式のアロケーションのメディアンはゼロ、75 パーセンタイルは 10.613%、97.5 パーセンタイルでも 32.180%である。共分散行列の推定リスクを考慮した場合、現行の公的年金モデルポートフォリオは国内株式へのアロケーションが過大であるという点で妥当とは言い難い。表 7 のブートストラップ分布の平均、あるいはメディアンを基礎として考えるならば、国内株式 5%、海外株式 40%、国内債券 35%、海外債券 20%がモデルポートフォリオのあるべき姿であろう。仮に現行モデルポートフォリオの策定において使用された各資産の期待リターンを使用したとしても、公的年金モデルポートフォリオの妥当性には疑問を持たざるを得ない。

より深刻な問題が生じるのは、社会保障審議会資金運用部会の議事録に記録された発言の通り、GPIF がブラック・リッターマンモデルを使用して期待リターンを推計していた場合である。表 7 での分析が示すように、共分散行列の推定リスクは決して無視できない規模の影響をモデルポートフォリオに与えていた。もしブラック・リッターマンモデルによる期待リターン推定においても、同じヒストリカル共分散行列が使用されていたとすると、均衡リターンに標本共分散行列を介して大きな推定リスクが生じることになる。その結果として、共分散行列そのものの推定リスクと、共分散行列の推定リスクが均衡リターンに与えた影響(つまり期待リターン推定リスク)の両方が、モデルポートフォリオに二重の影響を与える。結果として現行モデルポートフォリオの信頼性がほとんど失われてい

る可能性が極めて高い。

[表 7 をここに]

6 結論と将来の検討課題

本研究では資産選択モデルへのインプットパラメータの推定リスク、具体的には共分散行列の推定リスクとポートフォリオ期待リターン推計方法が最適ポートフォリオに与える影響を、下方リスク最小化モデルと移動ブロックブートストラップ法を用いて再検証した。

本研究で得られた結果を総括すると、賃金上昇率を明示的に考慮した下方リスク(TSD)最小化モデルを導入した場合、現行の公的年金モデルポートフォリオは最適解とは全く異なったものとなる。さらに期待リターン制約条件を付加した MLPM モデルを用いたとしても、国内債券へのアロケーションが低下するものの、その部分は外国株式、外国債券に振り向けられるのみで、国内株式へのアロケーションは起きない。このことは MLPM モデルに代えて平均分散モデルを使用した場合でも変わらず、移動ブロックブートストラップ法を用いた推定リスクを考慮した検証結果からも 25%という高い国内株式へのアロケーションは正当化できない。推定リスクを正しく評価したときに、現行の公的年金モデルポートフォリオの妥当性を示すことはできないのである。

モデルポートフォリオ策定プロセスについて、多くの情報が開示されないことは、第三者による科学的な再検証作業を事実上不可能としている。特に(1)過去 25 年間において賃金がほとんど増加していないのにも関わらず、なぜ 2.3%というヒストリカルデータからは説明できない高い賃金上昇率を設定したのか、(2) 国内株式期待リターン 5.6%を正当化できるのか、の 2 点について国民に対して明確な説明がなされるべきであろう。

5 年に一度の財政再計算の結果を考慮し、その時点でのマクロ経済動向と資本市場の状態を織り込んだ最善の予測に基づいてモデルポートフォリオを策定しているという主張に対しては同意する余地がある。しかしながら、これまでは”moving the goalpost”を繰り返しているだけという疑念が拭えない。なぜ 100 年安心であったはずの公的年金制度が変更され、基本ポートフォリオも常に変化しているのであろうか？年金財政の実態をカムフラージュするために、情報を隠蔽することは決して許されない。将来の長期にわたり「年金給付額の所得代替率を 50%以上に維持可能」かどうかという問いに対して、だれが責任をもって答えるというのであろうか？公的年金制度に対する国民の信頼が大きく揺らぐ中で、モデルポートフォリオの策定プロセスと付随する数値情報は開示されてしかるべきである。

一方でファイナンス研究者も、社会的な重要課題である公的年金を含む社会保障問題に対してより積極的に取り組むべきであろう。現時点では情報が開示されていないことから、実施可能な研究は極めて限定的であり、本研究でも移動ブートストラップ法によるヒストリカルデータのリサンプリングに留まっている。しかしながらモンテカルロシミュレーションにより、多変量確率分布を離散化したシナリオ行列を生成し、それを下方リスク最小化モデルへの入力とするならば、マクロ経済シナリオを織り込んだフォワード・ルッキングなモデルポートフォリオの策定が可能となる。同時にヘッジ目的での金融派生商品の組入れ、オルタナティブアセット組み入れ効果の検証も可能となる。さらに Hoepner et al. (2022)は ESG 投資が下方リスクを低下させるとする結果を報告しており、ESG 投資が年金ポートフォリオの下方リスクに与える影響も検証する価値は十分にあるはずである。世界でも早く高齢化が進む日本であるからこそ、日本のファイナンス研究者は、この分野の研究により積極的に取り組むべきではないのだろうか。

参考文献:

- Bawa, V. S., 1975. Optimal rules for ordering uncertain prospects. *Journal of Financial Economics* 2, 95-121.
- Bawa, V. S., Lindenberg, E. B., 1977. Capital market equilibrium in a mean lower partial moment framework. *Journal of Financial Economics* 5, 189-200.
- Black, F., Litterman, R., 1992. Global portfolio optimization. *Financial Analysts Journal* 48(5), 28-43.
- Hansson, B., Persson, M., 2000. Time diversification and estimation risk. *Financial Analysts Journal* 56(5), 55-62.
- Harlow, W. V., 1991. Asset allocation in a downside-risk framework. *Financial Analysts Journal* 47 (5), 28-40.
- Hoepner, A. G. F., Oikonomou, T., Sautner, Z., Starks, L. T., Zhou, X. Y., 2022. ESG shareholder engagement and downside risk. *European Corporate Governance Institute Working Paper No.671/2020*.
- Jobson, J. D., Korkie, B. M., 1981. Performance hypothesis testing with the Sharpe and Treynor measures. *Journal of Finance* 36 (4), 889-908.
- 竹原 均, 2008, 「ダウンサイドリスクモデル再考 – 年金基金の基本ポートフォリオ策定への応用 –」, 『証券アナリストジャーナル』 46(12), 99-106 頁。
- 竹原 均, 2009, 「企業年金資産の投資リスクと基本ポートフォリオ」, 『年金と経済』 28(2), 21-26 頁。
- 竹原 均, 2014, 「基本ポートフォリオのダウンサイドリスク・推定リスク」, 『証券アナリストジャーナル』 52(8), 52-57 頁。
- 年金積立金管理運用独立行政法人, 2020, 「基本ポートフォリオの変更について(詳細)」, https://www.gpif.go.jp/topics/AdoptionofNewPolicyPortfolio_Jp_details.pdf

表 1 年金運用管理運用独立行政法人(GPIF)基本ポートフォリオの変遷

中期目標期間	国内債券	国内株式	外国債券	外国株式	短期資産
第1期(2006～2009年度)	67%	11%	8%	9%	5%
第2期(2010～2014年度)	60%	12%	11%	12%	5%
第3期(2015～2019年度)	35%	25%	15%	25%	0%
第4期(2020～2024年度)	25%	25%	25%	25%	0%

GPIF 公開資料(<https://www.gpif.go.jp/gpif/portfolio.html>)より著者作成。

表 2 アセットリターンの正規性

月次リターンの場合				
	TOPIX	MSCI-ACWI	NOMURA-BPI	FTSE-WGBI
Mean	0.237	0.660	0.156	0.369
S.D.	5.058	5.605	0.651	2.869
Skewness	-0.489	-0.996	-1.197	-1.024
Kurtosis	0.923	2.766	6.957	5.027
JB-Statistic	23.372	148.427	688.998	375.582
<i>p</i> -value	0.000	0.000	0.000	0.000
年次リターンの場合				
	TOPIX	MSCI-ACWI	NOMURA-BPI	FTSE-WGBI
Mean	2.845	7.922	1.868	4.427
S.D.	23.329	24.423	1.667	10.510
Skewness	-0.138	-1.644	0.426	-0.656
Kurtosis	-0.341	3.513	-0.569	-0.247
JB-Statistic	0.104	29.960	0.992	2.029
<i>p</i> -value	0.950	0.000	0.609	0.363

Mean: リターン標本平均, S.D.:リターン標準偏差, Skewness: リターン歪度, Kurtosis:超過尖度(正規分布の場合に0), JB-Statistic: Jarque-Bera 検定量, *p*-value: Jarque-Bera 検定での有意確率。

表 3 年次アセットリターンとリスクのブートストラップ分布

パネル A. アセットリターンのブートストラップ分布

	TOPIX	MSCI-ACWI	NOMURA-BPI	FTSE-WGBI
Mean	2.865	6.064	1.822	4.171
2.5%ile	-6.119	-2.751	1.133	-0.100
25%ile	0.009	3.314	1.583	2.693
Median	2.981	6.245	1.828	4.191
75%ile	5.911	9.047	2.057	5.655
97.5%ile	11.103	13.858	2.504	8.461
モデルポートフォリオ	5.600	7.200	0.700	2.600

パネル B. アセットリスクのブートストラップ分布

	TOPIX	MSCI-ACWI	NOMURA-BPI	FTSE-WGBI
Mean	21.742	20.939	1.942	10.604
2.5%ile	16.222	13.217	1.333	7.290
25%ile	19.795	17.284	1.717	9.372
Median	21.711	20.739	1.931	10.579
75%ile	23.670	24.213	2.153	11.776
97.5%ile	27.313	30.288	2.605	14.133
モデルポートフォリオ	23.140	24.850	2.560	11.870

10,000 回のリサンプリングから計算した伝統的 4 資産の年次アセットリターン、リスク(標準偏差)のブートストラップ分布。2.5 パーセンタイルと 97.5 パーセンタイルが年次リターン、リスクの 95%信頼区間を与える。また「モデルポートフォリオ」行は GPIF の基本ポートフォリオにおいて想定されている各資産の期待リターンと標準偏差。

表4 TSD 最小化モデルの下での最適ポートフォリオ分布

パネル A: 目標収益率 τ =実現賃金上昇率

	TOPIX	MSCI-ACWI	NOMURA-BPI	FTSE-WGBI	Return	S.D.	TSD	% Short
最小値	0.000	0.000	24.887	0.000	0.958	0.896	0.000	0.000
2.5% ile	0.000	0.000	75.014	0.000	1.369	1.304	0.000	4.000
25% ile	1.700	0.000	85.165	0.000	1.844	1.674	0.000	8.000
Median	4.995	2.470	89.270	0.000	2.123	1.910	0.107	12.000
75% ile	7.019	6.296	92.271	5.551	2.437	2.208	0.285	16.000
97.5% ile	11.900	15.191	95.840	15.814	3.377	2.989	0.567	28.000
最大値	17.207	45.084	100.000	53.437	8.061	5.765	0.962	40.000
平均	4.754	3.878	88.154	3.214	2.180	1.974	0.162	13.562
標準偏差	3.460	4.650	5.694	4.817	0.510	0.438	0.173	6.506
最適ポートフォリオ	0.000	4.185	95.815	0.000	2.121	1.686	0.265	12.000
モデルポートフォリオ	25.000	25.000	25.000	25.000	4.266	12.073	7.385	24.000

パネル B: 目標収益率 τ =実現賃金上昇率+1.7%

	TOPIX	MSCI-ACWI	NOMURA-BPI	FTSE-WGBI	Return	S.D.	TSD	% Short
最小値	0.000	0.000	0.000	0.000	0.995	0.772	0.000	4.000
2.5% ile	0.000	0.000	73.332	0.000	1.431	1.360	0.300	20.000
25% ile	1.290	0.764	83.728	0.000	1.915	1.737	0.639	36.000
Median	4.243	4.609	88.105	0.935	2.236	1.972	0.833	40.000
75% ile	6.617	8.267	91.676	5.241	2.639	2.252	1.017	48.000
97.5% ile	10.670	16.139	95.815	15.570	3.789	3.090	1.382	60.000
最大値	33.464	38.158	100.000	76.821	11.164	7.490	1.852	76.000
平均	4.257	5.275	87.140	3.328	2.334	2.034	0.831	40.745
標準偏差	3.247	4.789	6.444	5.153	0.624	0.450	0.277	9.964
最適ポートフォリオ	0.000	5.167	93.571	1.262	2.213	1.807	0.951	44.000
モデルポートフォリオ	25.000	25.000	25.000	25.000	4.266	12.073	7.991	28.000

下方リスク最小化モデル(4)の下での最適ポートフォリオの分布。最適ポートフォリオ: 年次ヒストリカルデータの下での最適ポートフォリオ, モデルポートフォリオ: 現行の公的年金モデルポートフォリオ。ここで目標収益率 τ をパネル A では実現賃金上昇率, パネル B では実現賃金上昇率+1.7%と設定した。Return, S.D., TSD, %Short の各列はブートストラップ法の下で求められた最適ポートフォリオでの期待リターン, 標準偏差, TSD, および最適ポートフォリオリターンが目標収益率を下回る確率を示す(単位はすべて%)。

表 5 MLPM モデルの下での最適ポートフォリオ分布

パネル A: 目標収益率 τ =実現賃金上昇率, 期待リターン $\mu_P=2.3\%$

	TOPIX	MSCI-ACWI	NOMURA-BPI	FTSE-WGBI	Return	S.D.	TSD	%Short
最小値	0.000	0.000	0.000	0.000	1.209	0.855	0.000	0.000
2.5%ile	0.000	0.000	25.891	0.000	1.969	1.422	0.000	0.000
25%ile	0.000	0.000	77.847	0.000	2.300	1.893	0.012	8.000
Median	1.793	3.833	84.713	3.694	2.300	2.262	0.247	12.000
75%ile	5.581	8.995	89.586	12.076	2.437	2.803	0.573	20.000
97.5%ile	13.631	26.987	100.000	51.974	3.377	9.729	5.695	36.000
最大値	100.000	100.000	100.000	100.000	8.061	32.414	25.020	60.000
平均	3.472	6.469	81.057	9.002	2.425	2.862	0.725	13.346
標準偏差	5.784	10.546	16.286	15.138	0.340	2.531	1.913	10.006
最適ポートフォリオ	0.000	5.113	90.101	4.787	2.300	1.922	0.310	8.000
モデルポートフォリオ	25.000	25.000	25.000	25.000	4.266	12.073	7.385	24.000

パネル B: 目標収益率 τ =実現賃金上昇率+1.7%, 期待リターン $\mu_P=4.0\%$

	TOPIX	MSCI-ACWI	NOMURA-BPI	FTSE-WGBI	Return	S.D.	TSD	%Short
最小値	0.000	0.000	0.000	0.000	1.209	1.010	0.000	0.000
2.5%ile	0.000	0.000	0.000	0.000	1.969	1.798	0.474	20.000
25%ile	0.000	0.000	21.295	0.000	4.000	4.068	1.366	28.000
Median	0.000	13.367	50.368	19.564	4.000	5.998	2.705	32.000
75%ile	0.880	28.252	66.870	50.039	4.000	9.578	5.585	40.000
97.5%ile	37.764	100.000	100.000	100.000	4.000	24.191	17.534	48.100
最大値	100.000	100.000	100.000	100.000	11.164	34.828	26.504	68.000
平均	4.174	20.541	45.045	30.240	3.779	7.706	4.248	33.582
標準偏差	12.605	26.441	29.168	32.762	0.589	5.441	4.286	8.240
最適ポートフォリオ	0.000	15.799	38.272	45.929	4.000	7.516	4.504	28.000
モデルポートフォリオ	25.000	25.000	25.000	25.000	4.266	12.073	7.991	28.000

平均下方部分積率モデル(5)の下での最適ポートフォリオの分布。最適ポートフォリオ: 年次ヒストリカルデータの下での最適ポートフォリオ, モデルポートフォリオ: 現行の公的年金モデルポートフォリオ。ここで目標収益率 τ , 期待リターン μ_P をパネル A ではそれぞれ実現賃金上昇率と 2.3%, パネル B では実現賃金上昇率+1.7%, 4.0%に設定している。Return, S.D., TSD, %Short の各列はブートストラップ法の下で求められた最適ポートフォリオでの期待リターン, 標準偏差, TSD, および最適ポートフォリオリターンが目標収益率を下回る確率を示す(単位はすべて%)。

表 6 平均分散モデルの下での最適ポートフォリオ分布

パネル A: 期待リターン $\mu_P=2.3\%$

	TOPIX	MSCI-ACWI	NOMURA-BPI	FTSE-WGBI	Return	S.D.	TSD	%Short
最小値	0.000	0.000	0.000	0.000	1.209	0.721	0.000	0.000
2.5%ile	0.000	0.000	26.655	0.000	1.969	1.259	0.000	0.000
25%ile	0.000	0.000	81.351	0.000	2.300	1.629	0.210	8.000
Median	1.815	1.879	88.203	3.533	2.300	1.899	0.389	12.000
75%ile	4.859	5.743	92.531	10.054	2.300	2.461	0.669	16.000
97.5%ile	10.816	26.432	100.000	50.430	2.300	9.729	5.695	36.000
最大値	100.000	100.000	100.000	100.000	2.300	32.414	25.020	60.000
平均	3.068	4.774	83.759	8.399	2.282	2.598	0.840	13.662
標準偏差	5.348	10.246	16.663	14.793	0.089	2.585	1.887	8.326
最適ポートフォリオ	0.000	3.953	88.518	7.529	2.300	1.902	0.311	4.000
モデルポートフォリオ	25.000	25.000	25.000	25.000	4.266	12.073	7.385	24.000

パネル B: 期待リターン $\mu_P=4.0\%$

	TOPIX	MSCI-ACWI	NOMURA-BPI	FTSE-WGBI	Return	S.D.	TSD	%Short
最小値	0.000	0.000	0.000	0.000	1.209	1.010	0.083	4.000
2.5%ile	0.000	0.000	0.000	0.000	1.969	1.794	0.583	16.000
25%ile	0.000	0.000	22.428	0.000	4.000	3.916	1.435	28.000
Median	0.000	12.410	51.378	22.156	4.000	5.885	2.800	32.000
75%ile	0.904	27.685	67.191	50.122	4.000	9.526	5.607	36.000
97.5%ile	30.415	100.000	100.000	100.000	4.000	24.191	17.534	48.000
最大値	100.000	100.000	100.000	100.000	4.000	34.828	26.504	68.000
平均	3.598	20.410	45.703	30.289	3.767	7.612	4.310	32.278
標準偏差	11.646	26.412	29.142	32.777	0.563	5.477	4.261	8.632
最適ポートフォリオ	0.000	18.945	42.569	38.486	4.000	7.479	4.533	28.000
モデルポートフォリオ	25.000	25.000	25.000	25.000	4.266	12.073	7.991	28.000

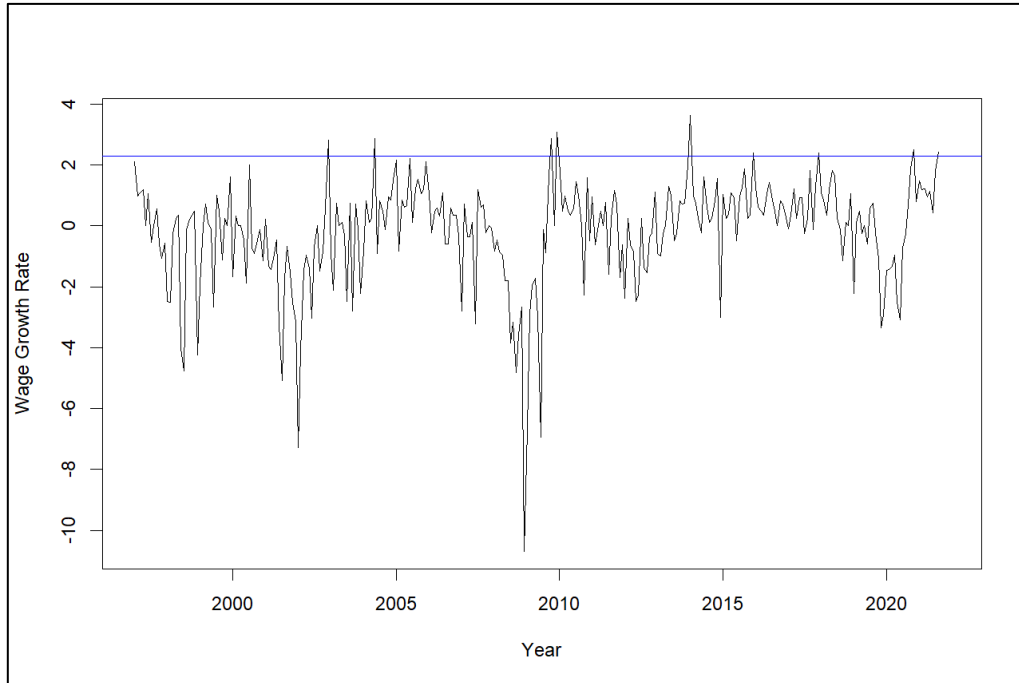
平均分散モデル(1)の下での最適ポートフォリオの分布。最適ポートフォリオ: 年次ヒストリカルデータの下での最適ポートフォリオ, モデルポートフォリオ: 現行の公的年金モデルポートフォリオ。ここで 期待リターン μ_P をパネル A では 2.3%, パネル B では 4.0%に設定している。Return, S.D., TSD, %Short の各列はブートストラップ法の下で求められた最適ポートフォリオでの期待リターン, 標準偏差, TSD, および最適ポートフォリオリターンが目標収益率を下回る確率を示す(単位はすべて%)。

表 7 共分散行列の推定リスクと最適ポートフォリオ分布

	TOPIX	MSCI-ACWI	NOMURA-BPI	FTSE-WGBI	Return	S.D.	TSD	%Short
最小値	0.000	0.000	0.000	0.000	4.000	3.939	0.000	0.000
2.5%ile	0.000	12.341	0.000	0.000	4.000	6.084	1.758	16.000
25%ile	0.000	35.553	25.153	0.000	4.000	8.138	3.587	28.000
Median	0.000	43.834	38.995	13.155	4.000	9.930	5.598	36.000
75%ile	10.613	49.482	48.075	31.119	4.000	11.741	8.011	40.000
97.5%ile	32.180	50.769	49.231	60.406	4.000	14.809	11.398	56.000
最大値	57.539	50.769	49.231	69.565	4.000	18.194	15.597	80.000
平均	6.355	40.709	34.908	18.029	4.000	10.036	5.915	35.028
標準偏差	9.486	10.620	14.374	18.755	0.000	2.363	2.734	10.498
最適ポートフォリオ	16.003	29.377	22.708	31.912	4.000	11.838	7.869	28.000
モデルポートフォリオ	25.000	25.000	25.000	25.000	4.266	12.073	7.991	28.000

表 6 パネル B(期待リターン 4.0%)と同様に、平均分散モデル(1)を適用した場合の最適ポートフォリオの分布。ただし、ここでは各資産の期待リターン μ をモデルポートフォリオ策定時の値としているので、最適ポートフォリオの分布は共分散行列の推定リスクのみから生じていることになる。

図1 12ヶ月移動平均賃金上昇率



賃金上昇率 2.3%(横線)はモデルポートフォリオ策定時の前提条件.