クリーンサープラス関係を利用した 状態空間形式に基づく現在価値モデルの開発 補論

千葉 賢 *

要旨

本補論は, 紙幅の都合により本論に含むことができなかった内容について説明するものである。本補論の構成は以下のとおりである。第 A 節では, 株式リターン, 会計リターンを線形近似する際の基準点の決定に必要となるウェイトの選択手順について述べる。第 B 節では, 次数が 2 以上の Vuolteenaho モデルの推計方法について解説する。第 C 節では, 線形・ガウス型状態空間モデルで潜在変数や未知パラメータを推計するアルゴリズムについて記述する。第 D 節では, 実証分析において割愛した分析結果を記載する。第 E 節では, 予測の観点から本研究で開発したモデルの有効性を検証する。

A ウェイトの選択手順

Campbell and Shiller (1988), Vuolteenaho (2002) は, $t+1$ 期の株式リターン r_{t+1}, 会計リターン roe_{t+1} をそれぞれ以下のようにあらわしている。

$$r_{t+1} = \log[1+\exp(dp_{t+1})] + \Delta p_{t+1}, \tag{A.1}$$
$$roe_{t+1} = \log[1+\exp(db_{t+1})] + \Delta b_{t+1} \tag{A.2}$$

ここで, p_{t+1}, d_{t+1}, b_{t+1} はそれぞれ株式時価総額 P_{t+1}, 配当金 D_{t+1}, 株主資本簿価 B_{t+1} の対数値である。また, dp_{t+1}, db_{t+1} はそれぞれ配当利回り $DP_{t+1} \equiv D_{t+1}/P_{t+1}$, 株主資本配当率 $DB_{t+1} \equiv D_{t+1}/B_{t+1}$ の対数値を意味している [1)]。なお, Δ は一階の階差演算子である [2)]。

(A.1), (A.2) 式の右辺第 1 項 $\log[1+\exp(dp_{t+1})]$, $\log[1+\exp(db_{t+1})]$ はそれぞれ dp_{t+1}, db_{t+1} の非線形関数となっているが, この項が毎期変動する期待株式リターン, 期待会計リターンを推計する際に障害となる。そこで, 何らかの方法で定めた基準点の下で, これらを線形近似する。

椎葉 (2017) は, 配当利回り, 株主資本配当率の標本平均 $\overline{DP}$, $\overline{DB}$ の対数値 $\overline{dp}$, $\overline{db}$ の加重平均 $\overline{pb}$ を基準点にして線形近似すると, 近似誤差を縮小できると指摘している。

$$\overline{pb} \equiv w\overline{dp} + (1-w)\overline{db}, \qquad dp \equiv \log \overline{DP}, \qquad db \equiv \log \overline{DB}, \qquad 0 \leq w \leq 1 \tag{A.3}$$

しかし, $\overline{dp}$, $\overline{db}$ を加重平均する際に必要となるウェイト w の選択方法については述べていない。そこで, 本節では近似誤差を縮小するウェイトの選択方法を提案する。

基準点 $\overline{pb}$ が何らかの方法で決定された場合, $\log[1+\exp(dp_{t+1})]$, $\log[1+\exp(db_{t+1})]$ は, それぞれ次のようにあらわすことができる。

* 愛知学院大学経営学部経営学科, 〒462-8739 愛知県名古屋市北区名城 3 丁目 1 番 1 号, TEL : 052-911-1011, E-mail : m-chiba@dpc.agu.ac.jp

$$\log[1+\exp(dp_{t+1})] = \kappa + (1-\phi)dp_{t+1} + \xi_{p,t+1},$$
$$\log[1+\exp(db_{t+1})] = \kappa + (1-\phi)db_{t+1} + \xi_{b,t+1}$$

ここで, $\kappa \equiv -\log\phi - (1-\phi)\log(\phi^{-1}-1)$, $\phi \equiv [1+\exp(\overline{pb})]^{-1}$ である。また, 剰余項 $\xi_{p,t+1}$, $\xi_{b,t+1}$ は, それぞれ以下のようにあらわせる。

$$\xi_{p,t+1} = \frac{1}{2}\cdot\phi(1-\phi)(dp_{t+1}-\overline{pb})^2 + \cdots, \tag{A.4}$$
$$\xi_{b,t+1} = \frac{1}{2}\cdot\phi(1-\phi)(db_{t+1}-\overline{pb})^2 + \cdots \tag{A.5}$$

ここで, (A.4) 式の右辺第 1 項は, 以下のように展開できる。

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}\cdot\phi(1-\phi)(dp_{t+1}-\overline{pb})^2 = &\frac{1}{2}\cdot\phi(1-\phi)(dp_{t+1}-\overline{dp})^2 \\ &+\phi(1-\phi)(\overline{dp}-\overline{pb})(dp_{t+1}-\overline{dp}) \\ &+\frac{1}{2}\cdot\phi(1-\phi)(\overline{dp}-\overline{pb})^2\end{aligned} \tag{A.6}$$

(A.6) 式の右辺第 1 項は線形近似すると必ず発生し, ウェイトを変更しても誤差を縮小できない。一方, 第 3 項は $\overline{dp}$ と $\overline{pb}$ の差の 2 乗の関数であることから, ウェイトを変更することで誤差を縮小できる。(A.5) 式でも同様の議論が展開できるため, 本稿では次の関数を損失関数として定義する。

$$\zeta \equiv \frac{1}{2}\cdot\phi(1-\phi)[(\overline{dp}-\overline{pb})^2 + (\overline{db}-\overline{pb})^2] \tag{A.7}$$

(A.7) 式は, $\log[1+\exp(dp_{t+1})]$, $\log[1+\exp(db_{t+1})]$ を線形近似する際の基準点を変更することで生じる誤差の大きさをあらわしたものである。本稿では, (A.7) 式を最小にするウェイトを現在価値恒等式を導出するうえで最適なウェイトと仮定し, 以下の手順でウェイトを選択する。

(i) ウェイトの候補として, 以下のような数列 $w^{(i)}$ を生成する。

$$w^{(i)} = 0.001\times(i-1), \qquad i = 1,2,\ldots,1001 \tag{A.8}$$

(ii) 配当利回り DP_t の標本平均の対数値 $\overline{dp}$, 株主資本配当率 DB_t の標本平均の対数値 $\overline{dp}$ を, それぞれ以下の式より計算する。

$$\overline{dp} = \log\overline{DP}, \quad \overline{db} = \log\overline{DB}, \quad \overline{DP} = T^{-1}\sum_{t=1}^{T}DP_t, \quad \overline{DB} = T^{-1}\sum_{t=1}^{T}DB_t \tag{A.9}$$

(iii) (A.8), (A.9) 式を基に, 以下の指標を計算する。

$$\begin{gathered}\overline{pb}^{(i)} = w^{(i)}\overline{dp} + (1-w^{(i)})\overline{dp}, \qquad \overline{PB}^{(i)} = \exp(\overline{pb}^{(i)}), \qquad \phi^{(i)} = (1+\overline{PB}^{(i)})^{-1}, \\ \zeta^{(i)} = \frac{1}{2}\cdot\phi^{(i)}(1-\phi^{(i)})[(\overline{dp}-\overline{pb}^{(i)})^2 + (\overline{db}-\overline{pb}^{(i)})^2]\end{gathered} \tag{A.10}$$

(iv) (A.10) 式が最も小さくなるときの $w^{(i)}$ を, ウェイト w として選択する。

上述の計算方法を本稿の分析対象銘柄に適用したところ, 表 A.1 の結果を得た。表 A.1 より, 時価総額が大きい階級ほど $\overline{DP}$ は低下するものの, $\overline{DB}$ は上昇する傾向があることがわかる。また, 計算された各階級のウェイト w を比較すると, 時価総額が最も小さい階級 1 では w は 0.473 と $\overline{db}$ の配分が多いものの, 時価総額が大きな階級では徐々に $\overline{dp}$ に対する配分が上昇し, 階級 10 では w は 0.562 となる。このような違いにより, 線形化定数 ϕ の値は階級間でさほど違いが見られないことがわかる。

表 A.1　線形化定数 ϕ に関連する指標の階級別平均値

階級	$\overline{DP}$	$\overline{DB}$	$\overline{PB}$	$\overline{dp}$	$\overline{db}$	$\overline{pb}$	w	ϕ	N
1	1.29%	1.04%	1.15%	−4.348	−4.566	−4.463	0.473	0.989	6,142
2	1.63%	1.33%	1.46%	−4.119	−4.322	−4.226	0.475	0.986	6,156
3	1.74%	1.45%	1.58%	−4.054	−4.232	−4.147	0.478	0.984	6,153
4	1.70%	1.55%	1.62%	−4.074	−4.170	−4.123	0.488	0.984	6,156
5	1.66%	1.61%	1.64%	−4.097	−4.127	−4.112	0.496	0.984	6,160
6	1.65%	1.68%	1.67%	−4.104	−4.087	−4.095	0.502	0.984	6,149
7	1.59%	1.77%	1.68%	−4.140	−4.036	−4.089	0.513	0.984	6,154
8	1.52%	1.87%	1.68%	−4.186	−3.980	−4.088	0.525	0.984	6,155
9	1.43%	2.00%	1.67%	−4.245	−3.914	−4.093	0.540	0.984	6,154
10	1.37%	2.27%	1.71%	−4.290	−3.784	−4.068	0.562	0.983	6,167
全体	1.56%	1.66%	1.61%	−4.161	−4.100	−4.131	0.507	0.984	61,546

(注) 階級 1 (10) は株式時価総額が最も小さい (大きい) グループを意味している。また, N は各階級のサンプルの大きさをあらわしている。なお, $\overline{PB}$ は, (A.3) 式で計算した $\overline{pb}$ を指数変換することで計算した。

B　次数が 2 以上の時の Vuolteenaho モデルの推計方法

本論では, 現在価値恒等式を導出する際の基礎となる株式リターン r_t, 会計リターン roe_t, 対数簿価時価比率 bm_t が 1 次の VAR モデルに従うと仮定して議論を展開した。しかし, 実際に上記変数のデータを VAR モデルに当てはめると, 次数が 2 以上のモデルが選択されることも少なくない。そこで, 本節では次数が 2 以上の定常 VAR モデルが選択されたときの Vuolteenaho モデルの推計方法について解説する。

本節では, 状態変数 z_t は以下に示す p 次の定常 VAR モデルに従って推移すると仮定する [3)]。

$$\tilde{z}_t = \sum_{j=1}^{p} \Pi_j \tilde{z}_{t-j} + \eta_t, \qquad \eta_t \sim \text{i.i.d.}(0, \Psi) \tag{B.1}$$

ここで,

$$\tilde{z}_t = z_t - \bar{z}_t, \qquad z_t = \begin{bmatrix} r_t \\ roe_t \\ bm_t \end{bmatrix}, \qquad \bar{z}_t = \begin{bmatrix} \bar{r}_t \\ \overline{roe}_t \\ \overline{bm}_t \end{bmatrix},$$

$$\Pi_j = \begin{bmatrix} \pi_{11}^{(j)} & \pi_{12}^{(j)} & \pi_{13}^{(j)} \\ \pi_{21}^{(j)} & \pi_{22}^{(j)} & \pi_{23}^{(j)} \\ \pi_{31}^{(j)} & \pi_{32}^{(j)} & \pi_{33}^{(j)} \end{bmatrix}, \qquad \eta_t = \begin{bmatrix} \eta_t^r \\ \eta_t^{roe} \\ \eta_t^{bm} \end{bmatrix}, \qquad \Psi = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{21} & \psi_{31} \\ \psi_{21} & \psi_{22} & \psi_{32} \\ \psi_{31} & \psi_{32} & \psi_{33} \end{bmatrix}$$

である。なお, z_t は状態変数ベクトル, $\bar{z}_t$ は t 期の状態変数の横断面上の標本平均からなるベクトル, Π_j は $\tilde{z}_{t-j}$ に対する係数行列, η_t は攪乱項ベクトル, Ψ は η_t の分散共分散行列をそれぞれ意味している。なお, η_t は $t-1$ 期以前の情報集合に対して独立と仮定する。

さらに, Hamilton (1994) に倣い, (B.1) 式を以下のように変換する。

$$w_t = \Xi w_{t-1} + \Upsilon \eta_t \tag{B.2}$$

ただし,

$$\underset{(3p\times 1)}{w_t} = \begin{bmatrix} \tilde{z}_t \\ \tilde{z}_{t-1} \\ \vdots \\ \tilde{z}_{t-p+1} \end{bmatrix}, \qquad \underset{(3p\times 3p)}{\Xi} = \begin{bmatrix} \underset{[3\times 3(p-1)]}{\Xi_{11}} & \underset{(3\times 3)}{\Xi_{12}} \\ \underset{[3(p-1)\times 3(p-1)]}{\Xi_{21}} & \underset{[3(p-1)\times 3]}{\Xi_{22}} \end{bmatrix}, \qquad \underset{(3p\times 3)}{\Upsilon} = e_{p,1} \otimes I_3,$$

$$\Xi_{11} = \begin{bmatrix} \Pi_1 & \Pi_2 & \cdots & \Pi_{p-1} \end{bmatrix}, \quad \Xi_{12} = \Pi_p, \quad \Xi_{21} = I_{p-1} \otimes I_3, \quad \Xi_{22} = 0_{p-1} \otimes I_3$$

である。ここで, I_3, I_{p-1} はそれぞれ 3 次, $p-1$ 次の単位行列, $e_{p,1}$ は p 次の単位行列 I_p の第 1 列から構成される単位ベクトル, 0_{p-1} は $p-1$ 次の零ベクトルを意味する。なお, $\otimes$ はクロネッカー積と呼ばれる演算子である [4)]。

(B.2) 式において, $\lim_{j\to\infty}\phi^{j-1}\mathrm{E}_t(w_{t+j}) = 0$ を仮定すると,

$$\sum_{j=1}^{\infty} \phi^{j-1}\mathrm{E}_t(w_{t+j}) = (I_{3p} - \phi\Xi)^{-1}\Xi w_t \tag{B.3}$$

を得る。ここで, I_{3p} は $3p$ 次の単位行列である。

(B.3) 式を用いると, Vuolteenaho の現在価値モデルは以下のようにあらわることができる。

$$p_t = b_t + [\Upsilon(e_{3,2} - e_{3,1})]'(I_{3p} - \phi\Xi)^{-1}\Xi w_t$$

ここで, $e_{3,1}$, $e_{3,2}$ はそれぞれ I_3 の第 1 列, 第 2 列から構成される単位ベクトルである。同様に, 割引率ニュースや利益ニュースは, それぞれ

$$Nr_t = (\Upsilon e_{3,1})'\phi\Xi(I_{3p} - \phi\Xi)^{-1}\Upsilon\eta_t = \lambda_1'\eta_t, \qquad Nroe_t = [(\Upsilon e_{3,1})'\Upsilon + \lambda_1']\eta_t = \lambda_2'\eta_t$$

とあらわせる。ここで, $\lambda_1' \equiv (\Upsilon e_{3,1})'\phi\Xi(I_{3p} - \phi\Xi)^{-1}\Upsilon$, $\lambda_2' \equiv (\Upsilon e_{3,1})'\Upsilon + \lambda_1'$ である。あとは, 本論で示した方法と同様に, 期待外株式リターンの分散分解式や VCE を計算すればよい。なお, T 期末までの情報集合に基づく F 期先の状態変数の予測値 $\mathrm{E}_T(z_{T+F})$ は, 以下の式より計算できる。

$$\mathrm{E}_T(z_{T+F}) = \bar{z}_T + \Upsilon\Xi^F w_T$$

C　線形・ガウス型状態空間モデルの推定手順

本論で示したように, Vuolteenaho の現在価値モデルは線形・ガウス型状態空間モデルによって定式化できるので, カルマンフィルタと呼ばれる逐次アルゴリズムを適用することができる。

カルマンフィルタは, 1 期から t 期までの観測値集合 $y_{1:t} \equiv (y_1', y_2', \ldots, y_t')'$ を用いて x_t の濾波期待値 $x_{t|t} \equiv \mathrm{E}(x_t|y_{1:t})$, 濾波分散 $P_{t|t} \equiv \mathrm{E}[(x_t - x_{t|t})(x_t - x_{t|t})'|y_{1:t}]$, 攪乱項 u_t, υ_t の濾波期待値 $u_{t|t} \equiv \mathrm{E}(u_t|y_{1:t})$, $v_{t|t} \equiv \mathrm{E}(v_t|y_{1:t})$ を計算することを目的としている。カルマンフィルタは, 1 期から T 期まで以下の計算式を繰り返し実行する [5]。

$$\begin{gathered}
\upsilon_t = y_t - c - Zx_{t|t-1}, \qquad \Sigma_t = ZP_{t|t-1}Z' + MHM', \qquad K_t = P_{t|t-1}Z'\Sigma_t^{-1}, \\
x_{t|t} = x_{t|t-1} + K_t\upsilon_t, \qquad\qquad P_{t|t} = P_{t|t-1} - K_tZP_{t|t-1}, \\
u_{t|t} = HM'\Sigma_t^{-1}\upsilon_t, \qquad v_{t|t} = SM'\Sigma_t^{-1}\upsilon_t, \qquad x_{t+1|t} = Fx_{t|t} + Jv_{t|t}, \\
P_{t+1|t} = FP_{t|t}F' + J(Q - SM'\Sigma_t^{-1}MS')J' - FK_tMS'J' - JSM'K_t'F'
\end{gathered} \tag{C.1}$$

ここで, υ_t, Σ_t は, それぞれ y_t の予測誤差, 予測誤差分散である。

カルマンフィルタでは, 対数尤度関数 $\mathcal{L}(\theta)$ が予測誤差分解の形であらわされることを利用して尤度を計算し, 最尤法によって未知パラメータを推定する。対数尤度関数は, カルマンフィルタ実行時に計算される υ_t, Σ_t を用いて以下のようにあらわされる。

$$\mathcal{L}(\theta) = -\frac{T}{2} \cdot \log 2\pi - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \log|\Sigma_t| - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T} \upsilon_t'\Sigma_t^{-1}\upsilon_t \tag{C.2}$$

本稿では, 非線形関数最適化アルゴリズムを用いて (C.2) 式を最大化し, (C.2) 式が最大となる θ を最尤推定値 $\hat{\theta}$ とする [6]。なお, T 期までの観測値集合に基づく F 期先の潜在変数の予測値 $x_{T+F|T}$ は, T 期において計算された潜在変数の 1 期先予測値 $x_{T+1|T}$ を基に, 以下の式より計算できる。

$$x_{T+F|T} = F^{F-1}x_{T+1|T}$$

ちなみに, F 期先までの各期の状態変数の予測値および予測誤差分散は, (C.1) 式で $\upsilon_t = 0$, $\Sigma_t = O$ としてカルマンフィルタを実行すれば逐次計算できる。

D　実証分析結果

本節では, 紙幅の都合で本論に含むことができなかった分析結果を記載する。表 D.2 は, 実証分析で使用した対数簿価時価比率・株式リターン・実績 (予想) 会計リターンの記述統計量である。表 D.3, D.4 は, それぞれ Vuolteenaho モデルにおける赤池情報量規準, 分散共分散行列の計算結果である。表 D.5, D.6 では, 実績 (予想) 会計リターンを用いたときの Lyle and Wang モデルの推定結果をそれぞれ記載している。表 D.7, D.8 は, 本稿で推計した 3 つのモデルの株式リターン・会計リターンの持続性パラメータの推定結果をそれぞれ記述している。

表 D.2 から, 時価総額が小さな階級では株式リターンの平均値が高くなることがわかるが, これは時価総額の小さな企業 (小型株) のパフォーマンスが時価総額の大きな企業 (大型株) のパフォーマンスを相対的に上回る現象として認識されている, 小型株効果と考えられる [7)]。さらに, どの階級でも予想会計リターンの平均値は実績会計リターンの平均値を上回ることから, 経営者は企業利益に対し楽観的な傾向がある (つまり, 経営者予想利益は楽観的なバイアスを含んでいる) と推察できる。なお, Ota (2006) や Kato *et al.* (2009) は, このような傾向に対して “投資家による将来の期待形成に影響することを見越して, 経営者は時としてバイアスを含んだ予想数値を公表する可能性がある” と指摘している。

表 D.2　対数簿価時価比率, 株式リターン, 実績 (予想) 会計リターンの記述統計量

変数	対数簿価時価比率 (bm)				株式リターン (r)			
階級	中央値	四分位範囲	平均	標準偏差	中央値	四分位範囲	平均	標準偏差
1	0.15	1.10	0.04	0.84	3.79%	47.91%	6.47%	47.45%
2	0.18	1.04	0.09	0.77	1.49%	43.19%	3.05%	42.95%
3	0.18	1.01	0.07	0.76	0.87%	42.30%	1.20%	41.74%
4	0.11	0.99	0.00	0.73	1.07%	42.31%	1.54%	41.38%
5	0.06	0.96	−0.05	0.74	−0.03%	43.71%	−0.02%	40.88%
6	0.03	0.91	−0.08	0.71	0.85%	44.16%	0.13%	39.22%
7	−0.07	0.84	−0.16	0.67	−0.31%	43.54%	−0.67%	36.81%
8	−0.18	0.79	−0.26	0.64	0.50%	45.16%	−0.40%	36.20%
9	−0.30	0.75	−0.37	0.61	0.49%	42.47%	0.33%	34.91%
10	−0.53	0.70	−0.56	0.57	1.74%	40.12%	1.40%	32.51%
全体	−0.07	0.96	−0.13	0.74	1.01%	43.53%	1.30%	39.67%
変数	実績会計リターン (roe)				予想会計リターン ($froe$)			
階級	中央値	四分位範囲	平均	標準偏差	中央値	四分位範囲	平均	標準偏差
1	2.51%	11.35%	−2.25%	20.45%	4.27%	5.96%	5.32%	7.64%
2	3.39%	7.16%	0.73%	16.65%	4.47%	5.35%	5.41%	6.67%
3	3.87%	7.01%	1.79%	15.60%	4.74%	5.34%	5.58%	6.30%
4	4.20%	6.96%	2.86%	14.12%	4.95%	5.53%	5.87%	6.33%
5	4.53%	7.33%	3.30%	14.71%	5.17%	5.95%	6.23%	6.65%
6	4.74%	7.05%	3.54%	13.72%	5.29%	5.58%	6.23%	6.17%
7	5.12%	7.07%	4.44%	12.65%	5.61%	5.62%	6.51%	6.00%
8	5.57%	7.12%	5.09%	11.79%	6.00%	5.70%	6.82%	5.94%
9	5.91%	6.96%	5.64%	10.79%	6.37%	5.88%	7.10%	5.73%
10	6.89%	7.29%	6.71%	10.19%	7.23%	5.98%	7.74%	5.73%
全体	4.73%	7.43%	3.19%	14.57%	5.42%	5.91%	6.28%	6.38%

表 D.3　Vuolteenaho モデルにおける赤池情報量規準

階級	VAR(1)	VAR(2)	VAR(3)
1	*−6.894*	−4.725	−2.437
2	*−7.732*	−5.586	−3.268
3	*−7.972*	−6.015	−3.759
4	*−8.306*	−6.344	−4.113
5	*−7.998*	−6.074	−3.839
6	*−8.663*	−6.698	−4.440
7	*−8.980*	−6.905	−4.641
8	*−9.257*	−7.158	−4.763
9	*−9.889*	−7.719	−5.305
10	*−10.085*	−7.864	−5.421
全体	*−8.208*	−6.172	−3.878

(注) VAR(p) は, p 次のベクトル自己回帰モデルを意味している。なお, イタリック体で記載されている値は, 当該値が比較したモデルのなかで最も低い値であることを意味している。

表 D.4　Vuolteenaho モデルの分散共分散行列 Ψ の推定結果

階級	$\hat{\psi}_{11}$	$\hat{\psi}_{21}$	$\hat{\psi}_{22}$	$\hat{\psi}_{31}$	$\hat{\psi}_{32}$	$\hat{\psi}_{33}$
1	0.130	0.013	0.034	−0.089	0.021	0.115
	(0.361)	(0.198)	(0.184)	(−0.725)	(0.339)	(0.339)
2	0.111	0.012	0.023	−0.081	0.011	0.099
	(0.332)	(0.240)	(0.151)	(−0.776)	(0.237)	(0.315)
3	0.103	0.010	0.018	−0.074	0.008	0.088
	(0.321)	(0.239)	(0.135)	(−0.778)	(0.190)	(0.297)
4	0.105	0.008	0.016	−0.081	0.006	0.091
	(0.324)	(0.208)	(0.126)	(−0.833)	(0.160)	(0.301)
5	0.105	0.009	0.017	−0.077	0.007	0.089
	(0.324)	(0.218)	(0.131)	(−0.794)	(0.172)	(0.299)
6	0.086	0.009	0.014	−0.071	0.005	0.086
	(0.294)	(0.244)	(0.119)	(−0.824)	(0.146)	(0.294)
7	0.082	0.008	0.012	−0.067	0.002	0.078
	(0.286)	(0.269)	(0.109)	(−0.838)	(0.080)	(0.280)
8	0.077	0.007	0.010	−0.068	0.003	0.083
	(0.277)	(0.259)	(0.100)	(−0.847)	(0.096)	(0.288)
9	0.074	0.006	0.008	−0.064	0.001	0.072
	(0.272)	(0.270)	(0.087)	(−0.877)	(0.039)	(0.269)
10	0.065	0.005	0.007	−0.054	0.000	0.060
	(0.254)	(0.252)	(0.082)	(−0.866)	(0.018)	(0.244)
全体	0.097	0.009	0.017	−0.076	0.008	0.092
	(0.312)	(0.223)	(0.130)	(−0.801)	(0.196)	(0.303)

(注) $\hat{\psi}_{ij}$ は, 次数が 1 の時の Vuolteenaho モデルを推定した結果得られた残差の不偏分散共分散行列 $\hat{\Psi}$ の第 (i,j) 成分を意味している。なお, 括弧内の数値は分散 $\hat{\psi}_{11}$, $\hat{\psi}_{22}$, $\hat{\psi}_{33}$ の場合は標準偏差, 共分散 $\hat{\psi}_{21}$, $\hat{\psi}_{31}$, $\hat{\psi}_{32}$ の場合は相関係数に変換した値を記載している。

表 D.5　実績会計リターンを用いたときの Lyle and Wang モデルの推定結果

階級	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\varpi}$	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\gamma}_1$	$\widehat{\mathrm{ERC}}$
1	*0.039* (0.006)	*0.077* (0.008)	*− 0.115* (0.031)	0.449	0.035	0.933	3.156	−0.466
2	*0.014* (0.006)	*0.088* (0.007)	0.006 (0.036)	0.406	0.014	0.926	0.060	1.048
3	0.000 (0.005)	*0.095* (0.007)	0.036 (0.039)	0.397	0.000	0.919	0.273	1.346
4	*0.011* (0.005)	*0.106* (0.007)	0.045 (0.038)	0.397	0.011	0.909	0.300	1.395
5	0.000 (0.005)	*0.099* (0.007)	*0.041* (0.040)	0.396	0.000	0.915	0.294	1.385
6	− 0.001 (0.005)	*0.116* (0.007)	*0.203* (0.041)	0.369	−0.001	0.898	0.642	2.670
7	0.008 (0.005)	*0.111* (0.007)	*0.108* (0.042)	0.357	0.009	0.904	0.496	1.920
8	*0.019* (0.005)	*0.112* (0.007)	*0.150* (0.042)	0.350	0.022	0.903	0.578	2.280
9	*0.040* (0.006)	*0.105* (0.008)	0.064 (0.046)	0.341	0.043	0.910	0.379	1.569
10	*0.059* (0.006)	*0.088* (0.008)	0.072 (0.045)	0.322	0.064	0.928	0.453	1.772
全体	*0.022* (0.002)	*0.086* (0.002)	− 0.016 (0.011)	0.387	0.022	0.928	−0.223	0.807
再帰	*− 0.007* (0.003)	*0.102* (0.003)	*− 0.082* (0.017)	0.408	−0.006	0.912	−0.070	0.235

表 D.6　予想会計リターンを用いたときの Lyle and Wang モデルの推定結果

階級	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\varpi}$	$\hat{\alpha}_0$	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\gamma}_1$	$\widehat{\mathrm{ERC}}$
1	*0.030* (0.008)	*0.076* (0.008)	*0.379* (0.090)	0.474	0.049	0.934	0.808	4.907
2	*− 0.025* (0.008)	*0.115* (0.008)	*0.678* (0.090)	0.422	−0.079	0.898	0.843	5.815
3	*− 0.041* (0.008)	*0.122* (0.008)	*0.673* (0.095)	0.410	−0.126	0.892	0.832	5.449
4	*− 0.030* (0.008)	*0.130* (0.008)	*0.696* (0.094)	0.406	−0.098	0.884	0.826	5.264
5	*− 0.049* (0.008)	*0.133* (0.008)	*0.859* (0.088)	0.401	−0.348	0.881	0.859	6.366
6	*− 0.045* (0.007)	*0.143* (0.008)	*0.883* (0.087)	0.383	−0.381	0.872	0.852	6.087
7	*− 0.045* (0.007)	*0.152* (0.008)	*0.945* (0.087)	0.357	−0.813	0.862	0.853	6.105
8	*− 0.018* (0.007)	*0.142* (0.008)	*0.766* (0.088)	0.355	−0.079	0.872	0.828	5.298
9	0.008 (0.007)	*0.142* (0.009)	*0.698* (0.090)	0.343	0.026	0.872	0.810	4.842
10	*0.042* (0.007)	*0.101* (0.008)	*0.374* (0.081)	0.323	0.067	0.915	0.743	3.653
全体	*− 0.013* (0.002)	*0.112* (0.002)	*0.608* (0.027)	0.396	−0.034	0.902	0.829	5.351
再帰	*− 0.033* (0.003)	*0.121* (0.004)	*0.562* (0.043)	0.422	−0.091	0.893	0.710	5.369

(注) 括弧内の数値は, 各回帰係数の標準誤差である。なお, イタリック体で記載されている値は, 有意水準 5% で統計的に有意 (5 パーセンタイルは 1.96) であることを意味している。また, $\hat{\varpi}$ は残差の不偏分散を平方根することで計算している。

表 D.7　各モデルにおける株式リターンの持続性パラメータの推計値

階級	VAR	LRM (ROE)	LRM (FROE)	SSM
1	−0.046	0.933	0.934	0.825
2	−0.009	0.926	0.898	0.816
3	−0.019	0.919	0.892	0.817
4	−0.014	0.909	0.884	0.810
5	−0.025	0.915	0.881	0.788
6	−0.021	0.898	0.872	0.790
7	−0.009	0.904	0.862	0.786
8	−0.009	0.903	0.872	0.759
9	0.011	0.910	0.872	0.791
10	−0.005	0.928	0.915	0.777
全体	−0.015	0.928	0.902	0.824
中央値	−0.012	0.913	0.883	0.791

(注) VAR では, Vuolteenaho モデルにおける $\hat{\pi}_{11}$ を記載している。LRM (ROE), LRM (FROE) では, それぞれ実績会計リターン, 予想会計リターンを用いたときの Lyle and Wang モデルにおける $\hat{\alpha}_1$ を記載している。SSM では, 本稿で提案されたモデルにおける $\hat{\alpha}_1$ を記載している。なお, 中央値では, 階級 1 から階級 10 の各モデルのパラメータ推計値の中央値を記載している。

表 D.8　各モデルにおける会計リターンの持続性パラメータの推計値

階級	VAR	LRM (ROE)	LRM (FROE)	SSM
1	0.340	3.156	0.808	0.515
2	0.359	0.060	0.843	0.557
3	0.416	0.273	0.832	0.629
4	0.362	0.300	0.826	0.576
5	0.366	0.294	0.859	0.603
6	0.404	0.642	0.852	0.603
7	0.373	0.496	0.853	0.650
8	0.365	0.578	0.828	0.559
9	0.347	0.379	0.810	0.574
10	0.391	0.453	0.743	0.630
全体	0.404	−0.223	0.829	0.632
中央値	0.365	0.416	0.830	0.589

(注) VAR では, Vuolteenaho モデルにおける $\hat{\pi}_{22}$ を記載している。LRM (ROE), LRM (FROE) では, それぞれ実績会計リターン, 予想会計リターンを用いたときの Lyle and Wang モデルにおける $\hat{\gamma}_1$ を記載している。SSM では, 本稿で提案されたモデルにおける $\hat{\gamma}_1$ を記載している。なお, 中央値では階級 1 から階級 10 の各モデルのパラメータ推計値の中央値を記載している。

E　予測精度の評価

本節では, 予測の観点から本研究で開発したモデルの有効性を検証する。具体的には, 本論の第 4 節で示した各モデルのパラメータ推計値と 2019 年決算期データを基に, 1 期先 (2020 年決算期), 2 期先 (2021 年決算期) の株式リターン・会計リターンの予測値を求め, それらを対応する事後的な実現値と比較することで予測の偏りの方向や正確度を評価する [8)]。

予測精度の評価基準としてさまざまな指標が提案されているが, 本稿では予測値と実績値との差をあらわす符号付予測誤差, その絶対値である絶対値予測誤差の平均値を予測の偏りや正確度をあらわす尺度とした [9)]。符号付予測誤差は値が正 (負) であれば予測が楽観的 (悲観的) であり, 絶対値予測誤差は値が小さいほど予測の正確度が高いことを意味する。なお, Lyle and Wang モデルは多期間にわたる期待株式リターンは推計できるものの, 期待会計リターンを推計することはできない [10)]。そこで, 本稿では Lyle and Wang モデルを推計する際に使用する予想会計リターンを評価することにした [11)]。

表 E.9, E.10 は, それぞれ株式リターン・会計リターンの符号付予測誤差, 絶対値予測誤差の平均値である。表 E.9 の 1 期先株式リターンの符号付予測誤差はすべてのモデル・階級で負の値を示すが, これは予測値が総じて悲観的であったことを示唆している。2019 年決算期データは 2020 年 6 月末に発表された値を収録しているが, この時期は新型コロナウイルス感染症の第 1 波 (2020 年 3 月下旬から 5 月中旬) の直後で株式市場も軟調に推移していたことから, モデルもその影響により株式リターンを低く見積もったと考えられる。特に, Vuolteenaho モデル (VAR) の予測誤差は大きな負の値をとることから, 悲観度がより大きかったことが伺える。一方, 本稿のモデル (SSM) の予測誤差は, 負の値ではあるものの他のモデルに比べて絶対値が低いことから, 悲観の度合いは小さかったことがわかる。このような理由により, 1 期先株式リターンの絶対値予測誤差は多くの階級で SSM の値が最も小さくなったと推察される。

表 E.9　株式リターン・会計リターンの符号付予測誤差

予測	1 期先株式リターン			2 期先株式リターン			1 期先会計リターン			2 期先会計リターン		
階級	VAR	LRM	SSM	VAR	LRM	SSM	VAR	MF	SSM	VAR	MF	SSM
1	−15.50	−14.43	−9.08	11.52	11.20	4.84	−3.08	2.50	1.60	−3.91	3.82	−1.05
2	−13.40	−15.09	−9.97	9.06	6.48	2.26	5.42	6.25	−0.76	−1.82	2.09	−3.82
3	−16.69	−13.50	−10.55	4.55	6.24	1.15	2.95	3.80	−2.34	−0.89	2.72	−4.35
4	−14.74	−14.55	−10.27	6.24	5.06	4.56	1.05	0.90	−3.77	−1.07	1.22	−5.53
5	−14.70	−16.34	−5.85	4.78	−0.85	1.17	2.72	0.26	−2.05	−0.16	1.32	−4.60
6	−16.25	−14.11	−8.27	0.19	−3.23	2.14	−0.51	0.45	−3.66	−3.75	−0.50	−6.68
7	−16.50	−11.56	−9.34	3.54	−2.81	5.08	2.03	0.70	−5.37	−1.47	−0.62	−7.39
8	−19.38	−13.98	−8.68	0.85	5.37	4.34	0.87	−0.93	−5.04	−1.10	−0.45	−7.32
9	−22.71	−19.75	−12.86	3.01	6.62	3.96	0.24	−1.62	−5.98	−2.90	−2.17	−6.97
10	−23.52	−17.70	−13.45	−0.15	6.03	3.74	1.94	−0.19	−5.57	−1.97	−1.83	−8.95
全体	−17.38	−15.41	−10.06	4.29	6.04	3.26	1.38	1.21	−3.26	−1.90	0.55	−5.65

(注) VAR は Vuolteenaho モデル, LRM は予測会計リターンを用いたときの Lyle and Wang モデル, SSM は本研究で開発したモデルでの期待株式リターン・期待会計リターンの符号付予測誤差 (単位：%) をそれぞれ意味している。一方, MF は企業経営者もしくはアナリストによる予想 1 期 (2 期) 当期利益に基づく予想会計リターンの符号付予測誤差である。なお, 表には全体もしくは各階級で計算された符号付予測誤差の平均値を記載している。

表 E.10　株式リターン・会計リターンの絶対値予測誤差

予測	1 期先株式リターン			2 期先株式リターン			1 期先会計リターン			2 期先会計リターン		
階級	VAR	LRM	SSM	VAR	LRM	SSM	VAR	MF	SSM	VAR	MF	SSM
1	24.46	23.47	*20.07*	21.12	23.33	*18.91*	11.98	12.62	*10.95*	13.25	11.21	*10.21*
2	21.21	22.54	*20.69*	19.37	19.95	*17.98*	12.36	10.59	*9.66*	10.10	*8.36*	9.89
3	20.23	*18.37*	19.78	*14.97*	17.57	19.31	8.41	8.87	*7.33*	7.70	*7.08*	7.60
4	20.72	21.37	*20.67*	19.77	19.99	*19.21*	6.96	*6.52*	7.38	*6.84*	7.36	8.05
5	20.83	22.46	*17.11*	*18.90*	19.93	20.01	7.19	*5.01*	8.56	8.55	*8.21*	9.36
6	21.72	21.91	*20.15*	*16.76*	18.24	19.89	5.08	*4.63*	8.79	6.21	*5.04*	10.15
7	21.96	20.74	*19.45*	*17.25*	17.96	19.00	5.57	*5.27*	7.73	*5.55*	5.91	9.04
8	22.99	*21.31*	23.51	*16.69*	19.18	17.03	6.00	*4.51*	9.22	5.12	*4.68*	9.04
9	25.76	25.11	*21.75*	*16.79*	18.86	20.89	4.59	*3.95*	8.45	4.99	*4.65*	10.78
10	27.78	*24.80*	25.24	17.49	*17.34*	18.86	5.69	*4.08*	8.91	5.91	*5.31*	10.25
全体	22.64	22.55	*20.97*	*17.69*	19.43	19.13	7.22	*6.61*	8.58	7.38	*6.77*	9.35

(注) VAR は Vuolteenaho モデル, LRM は予測会計リターンを用いたときの Lyle and Wang モデル, SSM は本研究で開発したモデルでの期待株式リターン・期待会計リターンの絶対値予測誤差 (単位：%) をそれぞれ意味している。一方, MF は企業経営者もしくはアナリストによる予想 1 期 (2 期) 当期利益に基づく予想会計リターンの絶対値予測誤差である。なお, 表には全体もしくは各階級で計算された符号付予測誤差の平均値を記載している。また, イタリック体で記載されている値は当該値が最も小さいことを意味している。

一方, 2 期先株式リターンの符号付予測誤差はほとんどの階級で正の値となった。興味深いことに, VAR では企業規模が大きくなるほど予測誤差が縮小する傾向がみられるが, SSM ではそのような傾向は確認できない。そのため, 中・大型株では VAR の絶対値予測誤差が小さくなるが, 小型株では SSM の値が小さくなっている。なお, VAR の値が小さくなる理由として, 予測に用いる変数の数 (株式リターン, 会計リターン, 対数簿価時価比率の 3 つ) が他のモデルより多いことが考えられる。

また, 1 期先・2 期先会計リターンの符号付予測誤差では, 計量モデルに基づく予測値と経営者予想に基づく予測値では偏りの方向が大きく異なる。SSM では, 1 期先・2 期先どちらにおいても大半の階級で指標は負となり, 時価総額が大きくなるほど誤差は拡大する。一方, 経営者予想 (MF) に基づく符号付予測誤差は, 小型株では正となるが, 時価総額が大きくなるほど誤差は縮小する。また, 1 期先・2 期先会計リターンの絶対値予測誤差では, MF の値が最も小さくなること, VAR や MF では時価総額が大きくなるほど誤差は縮小するが, SSM ではそのような傾向はみられないことがわかる。したがって, 計量モデルに基づく予測値は総じて悲観的な傾向がみられるが, 経営者予想に基づく予測値は楽観的な傾向があること, 経営者予想に基づく予測値は正確性の面で優れていると判断できる。

【注】

1) 株主が直接払い込んだ資金と, 本来株主に帰属する利益を再投資している内部留保の合算である株主資本という「元手」に対して, 株主に年間どれだけの配当金としての還元があったかをみる企業の経営効率を測定する指標の 1 つである。

2) 階差演算子 Δ は, 任意の時系列過程 z_t に対して, $\Delta z_t \equiv z_t - z_{t-1}$ といった変換を施す演算子である。

3) ここで, p は 2 以上の整数とする。

4) クロネッカー積については Abadir (2010) を参照。

5) カルマンフィルタを実行する際の初期値は, $x_{1|0} = 0_3$, $P_{1|0}$ は $P_{1|0} = FP_{1|0}F' + JQJ'$ を満たす行列とした。

6) 最尤推定に使用したソフトウェアおよびライブラリは GAUSS 20 と MAXLIK 5.0 である。また, 非線形関数最適化アルゴリズムは BFGS 法を使用した。また, パラメータ空間に制約がある場合はデルタ法を用いて最適化を行っている。

[7]Banz (1981) をはじめとして, 数多くの文献で小型株効果の存在が指摘されているほか, Fama and French (1993) では, 小型株効果は小型株に対するリスクプレミアムであるという考えが示されている。また, Ferguson and Shockley (2003) は, ICAPM の枠組みをもとに小型株効果にも含まれていると考えられる信用リスクプレミアムがアノマリーとして出現することを理論的に示している。

[8] 本研究では各モデルを推計する際は外れ値処理が施されたデータを使用している。一方, 予測精度を評価する際は外れ値処理されていないデータを基に指標を計算している。

[9] たとえば, Easton and Monahan (2005) や Lyle and Wang (2015) は期待株式リターンの推計値が将来の実現リターンの銘柄間格差を説明できるかどうかを基準に評価を行っている。一方, Binsbergen and Koijen (2010) は決定係数に準じた指標を用いて期待株式リターンと期待配当成長率の推計値を評価している。このように, 先行研究ではさまざまな指標を用いて予測の評価を行っているが, 本研究では期待株式リターンだけでなく期待会計リターンも推計するため, 簡潔かつ統一した基準で予測精度を評価できる符号付予測誤差, 絶対値予測誤差を採用することとした。

[10] 一方, Vuolteenaho モデルや本稿のモデルで推計される期待株式リターンは, 1 期間の期待株式リターン (たとえば, $T+1$ 期に株式を購入して $T+2$ 期に株式を売却した際に発生すると期待される株式リターン) となっている。そのため, Lyle and Wang モデルで 2 期先期待株式リターンを評価する場合は, 「T 期から 2 期間にわたる期待株式リターン」から「T 期から 1 期間にわたる期待株式リターン」を差し引いた値で評価している。

[11] 本研究で予測期間を 2 期としたのは, 『連結 (単独) 予想財務』データベースに収録されている「連結 (単独) 予想 2 期当期利益」を利用するためである。なお, 多くの企業で当該項目が収録され始めたのは 2013 年決算期 (2015 年決算期予想) からである。

【引用文献】

Abadir, K., 2010. Matrix Algebra, Cambridge University Press.

Banz, R., 1981. The relationship between return and market value of common stocks, Journal of Financial Economics 9, 3–18.

Binsbergen, J., Koijen, R., 2010. Predictive regressions: a present-value approach, Journal of Finance 65, 1439–1471.

Campbell, J., Shiller, R., 1988. The dividend-price ratio and expectations of future dividends and discount factors, Review of Financial Studies 1, 195–228.

Easton, P., Monahan, S., 2005. An evaluation of accounting-based measures of expected returns, Accounting Review 80, 501–538.

Fama, E., French, K., 1993. Common risk factors in the returns on stocks and bonds, Journal of Financial Economics 33, 3–56.

Ferguson, M., and Shockley, R., 2003. Equilibrium "anomalies", Journal of Finance 58, 2549–2580.

Hamilton, J., 1994. Time Series Analysis, Princeton University Press.

Kato, K., Skinner, D., Kunimura, M., 2009. Management forecasts in papan: an empirical study of forecasts that are effectively mandated, Accounting Review 84, 1575–1606.

Lyle, M., Wang, C., 2015. The cross section of expected holding period returns and their dynamics: a present value approach, Journal of Financial Economics 116, 505–525.

Ota, K., 2006. Determinants of biases in management earnings forecasts: empirical evidence from japan, Gregoriou, G., Gaber, M. (Eds.), International Accounting: Standards, Regulations, Financial Reporting, Elsevier Press, 267–294.

Vuolteenaho, T., 2002. What drives firm-level stock returns?, Journal of Finance 57, 233–264.

椎葉淳, 2017, 「会計情報に基づく現在価値関係」, 『年報経営ディスクロージャー研究』 16, 133–149 頁。